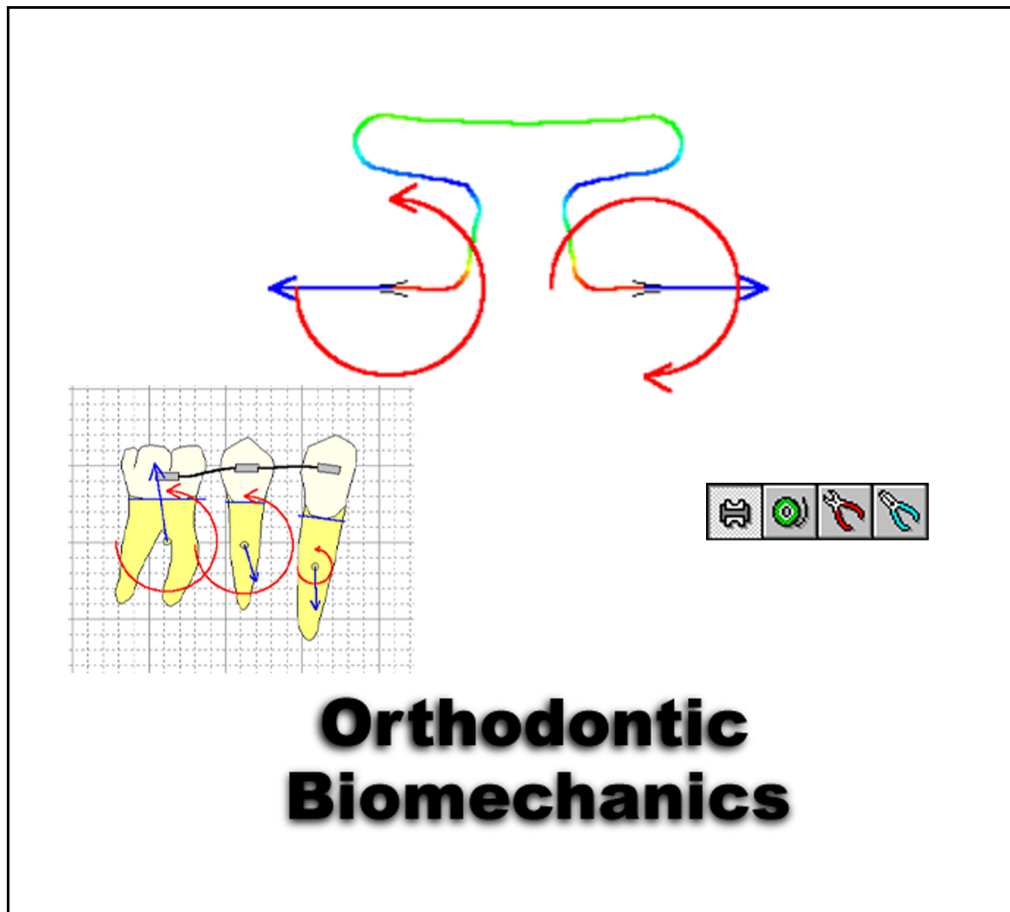


# ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΡΘΟΔΟΝΤΙΚΗΣ ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ



**ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ Ι. ΧΑΛΑΖΩΝΙΤΗΣ**

# **ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΟΡΘΟΔΟΝΤΙΚΗΣ ΕΜΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ**

**Δημήτριος Ι. Χαλαζωνίτης**

Copyright © 2000-2007, Δημήτριος Ι. Χαλαζωνίτης

Web: [www.dhal.com](http://www.dhal.com)

E-mail: [dhal@dhal.com](mailto:dhal@dhal.com)

## **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

<b>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</b>	<b>II</b>
<b>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</b>	<b>IV</b>
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ</b>	<b>1</b>
Δυνάμεις - Νόμοι του Νεύτωνα	1
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ</b>	<b>6</b>
Ροπή δύναμης - Συνισταμένη δυνάμεων - Ζεύγος δυνάμεων - Ροπή ζεύγους - Κάθετη μεταφορά δύναμης	6
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ</b>	<b>13</b>
Στατική ισορροπία - Δυνάμεις από το περιρρίζιο - Κέντρο αντίστασης - Κέντρο περιστροφής - Λόγος M/F	13
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ</b>	<b>24</b>
Θέση του κέντρου αντίστασης - Στατικός καθορισμένα και μη συστήματα - Δυνάμεις από συνεχόμενο τόξο - Κάμψεις 'ν' και 'step'	24
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ</b>	<b>33</b>
Δυνάμεις μεταξύ δύο δοντιών - Μεταφορά στο κέντρο αντίστασης	33
<b>ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ</b>	<b>39</b>
Αγκύλες - Προενεργοποίηση αγκυλών	39
<b>ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ</b>	<b>47</b>
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΣΕ ΔΟΝΤΙ ΜΕ ΡΙΖΑ ΠΑΡΑΒΟΛΟΕΙΔΟΥΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ.	48
ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΚΑΙ ΡΟΠΩΝ ΑΠΟ ΕΥΘΥ ΤΟΞΟ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΔΟΝΤΙΩΝ.	49
ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΟΟΤΗ	53
ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ LOOP	57
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b>	<b>61</b>

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το βιβλίο αυτό ξεκίνησε με τη μορφή σημειώσεων προς τους μεταπτυχιακούς φοιτητές της Ορθοδοντικής της Οδοντιατρικής Σχολής του Πανεπιστημίου Αθηνών και εμπλουτίστηκε με εργασίες σχετικές με το κέντρο αντίστασης των δοντιών και τη συμπεριφορά ορθοδοντικών αγκυλών. Το περιεχόμενο απευθύνεται σε μεταπτυχιακούς φοιτητές και σε ορθοδοντικούς, οι οποίοι θέλουν να αποκτήσουν εις βάθος κατανόηση των βασικών θεωρητικών εννοιών της Ορθοδοντικής Εμβιομηχανικής.

Η προσθήκη των δύο προγραμμάτων προσομοίωσης δίνει τη δυνατότητα στον αναγνώστη να πειραματιστεί και να δοκιμάσει πολλά από τα παραδείγματα που αναφέρονται στις σελίδες του βιβλίου. Το πρόγραμμα Tooth επιτρέπει τη μελέτη των δυνάμεων και ροπών που αναπτύσσονται από ευθύ τόξο. Ο χρήστης μπορεί να τοποθετήσει τα δόντια σε οποιαδήποτε θέση (δυστυχώς μόνο σε δύο διαστάσεις) και να προσομοιάσει την κίνησή τους υπό την επίρεια των ορθοδοντικών δυνάμεων. Το πρόγραμμα Loop επιτρέπει στο χρήστη να 'κατασκευάσει' οποιαδήποτε ορθοδοντική αγκύλη (πάλι σε δύο διαστάσεις) και να μελετήσει τις δυνάμεις και ροπές που αυτή εφαρμόζει όταν ενεργοποιείται. Βασικές έννοιες των αγκυλών, όπως η ουδέτερη θέση και η προ-ενεργοποίηση, μπορούν να γίνουν με τον τρόπο αυτό εύκολα κατανοητές.

Το βιβλίο αυτό δεν θα είχε δημιουργηθεί χωρίς την ενασχόλησή μου με τη διδασκαλία του μαθήματος της Εμβιομηχανικής στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα Ορθοδοντικής. Θα ήθελα να ευχαριστήσω την καθηγήτρια και διευθύντρια του Ορθοδοντικού Εργαστηρίου της Οδοντιατρικής Σχολής του Πανεπιστημίου Αθηνών, κα. Μερόπη Σπυροπούλου για την ευκαιρία αυτή, και τους άλλους διδάσκοντες του μαθήματος για τις επιστημονικές συζητήσεις πάνω σε θέματα εμβιομηχανικής, οι οποίες με βοήθησαν να ξεδιαλύνω πολλά από τα θέματα που αναφέρονται εδώ. Ιδιαίτερα θα ήθελα να αναφέρω τον αναπληρωτή καθηγητή κ. Ηλία Κατσαβριά και τη συνάδελφο κα. Δήμητρα Καρδαρά.

Τέλος, να ευχαριστήσω εκείνους που ανέχτηκαν (και συνεχίζουν να ανέχονται) την πολύωρη στενή μου σχέση με τον υπολογιστή μου. Δεν χρειάζεται να αναφέρω ποιοι είναι, εκείνοι ξέρουν.

Απρίλιος 2000

# ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΡΩΤΟ

## *Δυνάμεις - Νόμοι του Νεύτωνα*

Τα βιβλία της κλασσικής φυσικής ορίζουν τη δύναμη από το αποτέλεσμα της στα σώματα: η δύναμη προκαλεί επιτάχυνση των σωμάτων ή παραμόρφωσή τους. Ο ορισμός αυτός είναι τόσο αποδεκτός στην εποχή μας που δύσκολα μπορεί κανείς να πιστέψει ότι κάποτε θα θεωρείτο επαναστατικός ή ίσως και αιρετικός. Πίσω, όμως, από τον φαινομενικά απλό αυτόν ορισμό κρύβεται η βάση της Μηχανικής, και κυρίως οι αρχές της Κινητικής, όπως διατυπώθηκαν πριν από 300 χρόνια από τον Isaac Newton<sup>1</sup>. Η ριζοσπαστική αντίληψη που κρύβεται πίσω από τον ορισμό δεν έγκειται τόσο σε αυτά που δηλώνει, όσο σε αυτά που αφήνει να εννοηθούν. Η λέξη κλειδί είναι η “επιτάχυνση”, η αλλαγή της ταχύτητας. Από την καθημερινή μας εμπειρία γνωρίζουμε ότι για να κινήσουμε ένα σώμα πρέπει να το σπρώξουμε. Κανείς δεν αμφισβητεί ότι απαιτείται δύναμη για να αυξήσουμε ή να μειώσουμε την ταχύτητα ενός σώματος. Ποια είναι, όμως, η συμπεριφορά των σωμάτων όταν δεν ασκείται καμιά δύναμη; Είναι δυνατή η κίνηση χωρίς δυνάμεις; Αν ναι, τι χαρακτηριστικά έχει η κίνηση αυτή;

Αν κάναμε τις ερωτήσεις αυτές πριν από 2.500 χρόνια στην αρχαία Ελλάδα, θα ήταν ανάγκη να διαφοροποιήσουμε σε ποια σώματα αναφερόμαστε, στα ουράνια σώματα ή στα σώματα επί της γης. Η διάκριση αυτή ήταν απαραίτητη καθόσον τα ουράνια σώματα θεωρούντο ότι συμπεριφέρονται εντελώς διαφορετικά. Ο Αριστοτέλης θεωρούσε ότι τα ουράνια σώματα είναι άφθαρτα και κινούνται από το Θεό σε τροχιές σταθερές και αμετάβλητες, και τι πιο σταθερό και τέλει από την κυκλική τροχιά; Αντίθετα, τα σώματα στη γη έχουν την τάση να πέφτουν γιατί έτσι είναι η φθαρτή “φύση” τους. Το ότι η κυκλική τροχιά είναι η φυσική τροχιά των ουρανίων σωμάτων δεν αμφισβητήθηκε για εκατοντάδες χρόνια, ούτε ακόμη και από τον Κοπέρνικο, όταν επανέφερε την άποψη ότι η γη κινείται γύρω από τον ήλιο, μια άποψη που είχε διατυπώσει για πρώτη φορά ο Αρίσταρχος ο Σάμιος (310 - 230 π.Χ.)<sup>2</sup>. Ο Κέπλερ τροποποίησε τις τροχιές σε ελλειπτικές, προσπαθώντας να προσαρμόσει την τότε θεωρία στις ακριβείς αστρονομικές παρατηρήσεις του Τύχωνα. Θεώρησε, επίσης, ότι πρέπει να υπάρχει και μια δύναμη που να σπρώχνει τους πλανήτες κατά μήκος των τροχιών αυτών ώστε να τους διατηρεί σε κίνηση.

Τα πρώτα βήματα προς τη σύγχρονη φυσική έγιναν από το Γαλιλαίο. Ο Γαλιλαίος μελέτησε την κίνηση των σωμάτων με πειράματα, αφήνοντας βόλους να κυλούν σε κεκλιμένα επίπεδα. Από τα πειράματα αυτά συμπεράνε ότι η ομαλή ευθύγραμμη κίνηση είναι η φυσική κίνηση των γήινων σωμάτων. Όσον αφορά τα ουράνια σώματα, θεωρούσε και εκείνος την κυκλική κίνηση φυσική, χωρίς όμως να υπάρχει η ανάγκη κάποιας δύναμης κατά μήκος της τροχιάς τους, όπως ήθελε ο Κέπλερ.

<sup>1</sup> Ο Νεύτων δημοσίευσε το βιβλίο του *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* το 1687.

<sup>2</sup> Το μόνο βιβλίο που βρήκα για τον Αρίσταρχο είναι στην αγγλική γλώσσα: Sir Thomas Heath. *Aristarchus of Samos. The ancient Copernicus*. Dover Publications, Inc. New York 1981.

Η κατάργηση του διαχωρισμού μεταξύ ουρανίων και γήινων σωμάτων έγινε από το Νεύτωνα. Τα πειράματα του Γαλιλαίου είχαν ήδη δείξει τις βασικές αρχές της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης. Το μόνο που έλειπε ήταν μια δύναμη που θα μπορούσε να δικαιολογήσει τις καμπύλες τροχιές των ουρανίων σωμάτων. Η δύναμη αυτή ήταν η βαρύτητα. Η ενοποίηση του επίγειου με τον ουράνιο κόσμο δεν θα ήταν δυνατή χωρίς την επινόηση της βαρύτητας. Η κυκλική κίνηση των ουρανίων σωμάτων δεν απαιτεί πλέον δύναμη κατά μήκος της τροχιάς ώστε να διατηρείται η ταχύτητα σταθερή ως προς το μέτρο της, αλλά δύναμη κάθετη στην τροχιά (προς το κέντρο της τροχιάς) ώστε να διατηρείται η τροχιά καμπύλη. Η νέα θεώρηση των πραγμάτων από το Νεύτωνα συνοψίστηκε στους πολύ γνωστούς πλέον νόμους της Κινητικής που φέρουν τ' όνομά του.

*Νόμος πρώτος:* Αν σ' ένα σώμα δεν ασκείται καμμία δύναμη, τότε το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα<sup>1</sup>.

Από το νόμο αυτό συνάγεται και ο ορισμός της δύναμης που αναφέρθηκε παραπάνω. Εδώ πρέπει να τονίσουμε ότι η ταχύτητα, όπως και η επιτάχυνση, είναι διανυσματικά μεγέθη, έχουν δηλαδή, μέτρο και κατεύθυνση. Έτσι, σταθερή είναι η ταχύτητα που δεν μεταβάλλεται, όχι μόνο ως προς το μέτρο της, αλλά ούτε ως προς την κατεύθυνσή της. Τέτοια ταχύτητα βρίσκουμε μόνο στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση. Η μηδενική ταχύτητα (δηλαδή η απουσία κίνησης) είναι επίσης σταθερή. Αντίθετα, η ομαλή κυκλική κίνηση έχει μεν σταθερή ταχύτητα ως προς το μέτρο της, η κατεύθυνσή της όμως μεταβάλλεται συνεχώς. Άρα, η κυκλική κίνηση χαρακτηρίζεται από επιτάχυνση και απαιτείται συνεχής δύναμη για να διατηρείται. Ποια κατεύθυνση πρέπει να έχει η δύναμη που διατηρεί την ομαλή κυκλική κίνηση; Αν η δύναμη είχε την ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητα, δηλαδή εφαπτόμενη της κυκλικής τροχιάς, τότε το αποτέλεσμα θα ήταν η αύξηση του μέτρου της ταχύτητας. Για την αλλαγή μόνο της κατεύθυνσης της ταχύτητας απαιτείται δύναμη κάθετη προς την ταχύτητα, δηλαδή από την περιφέρεια προς το κέντρο του κύκλου. Αυτή είναι γνωστή ως κεντρομόλος δύναμη και είναι η δύναμη της βαρύτητας προκειμένου για τα ουράνια σώματα.

Η άποψη ότι η σταθερή ταχύτητα δεν απαιτεί τη συνεχή εφαρμογή δύναμης αντίκειται πολλές φορές με την καθημερινή μας εμπειρία. Όταν ένα αυτοκίνητο κινείται με σταθερή ταχύτητα δεν ασκείται άραγε δύναμη από τη μηχανή; Αυτό είναι πράγματι αλήθεια. Συγχρόνως, όμως, ασκείται και δύναμη αντίθετη, που προέρχεται από την τριβή με το δρόμο και από την αεροδυναμική αντίσταση. Οι δυνάμεις αυτές εξισορροπούνται έτσι ώστε η συνολική δύναμη να είναι μηδέν. Ποια δύναμη ασκείται σε ένα αυτοκίνητο που στρίβει; Εφόσον έχουμε αλλαγή της κατεύθυνσης της ταχύτητας θα απαιτείται κάποια δύναμη. Η δύναμη αυτή πρέπει να είναι κάθετη προς την ταχύτητα, όπως εξηγήθηκε παραπάνω. Η μηχανή του αυτοκινήτου δεν μπορεί να αναπτύξει τέτοια δύναμη γιατί οι ρόδες δρουν κατά μήκος του αυτοκινήτου. Η δύναμη θα προέλθει από το δρόμο και είναι η τριβή.

Γιατί, όμως απαιτείται δύναμη για να αλλάξει η ταχύτητα ενός σώματος; Η απλοϊκή απάντηση είναι ότι το σώμα έχει αδράνεια. Η αδράνεια είναι ανάλογη του ποσού της ύλης που έχει το σώμα (της μάζας του), και η ύλη αυτή ανθίσταται σε αλλαγές της κινητικής της κατάστασης. Πώς γνωρίζει όμως η ύλη την κινητική της κατάσταση; Ας φανταστούμε ένα σώμα μόνο του στο διάστημα απομακρυσμένο από άλλα σώματα. Πώς μπορούμε να

<sup>1</sup> Οι νόμοι δεν διατυπώνονται ακριβώς όπως τους είχε διατυπώσει ο Νεύτων.

διακρίνουμε την κίνησή του; Ο μόνος τρόπος θα είναι σε σχέση με τα απομακρυσμένα αστέρια, τα οποία θεωρούμε σταθερά. Θα πρέπει, επομένως, να συμπεράνουμε ότι και το ίδιο το σώμα “γνωρίζει” τη θέση των αστεριών, και κατ’ επέκταση, όλων των άλλων σωμάτων του σύμπαντος. Η κατανομή της μάζας στο σύμπαν φαίνεται ότι καθορίζει την αδράνεια των σωμάτων. Αν το σύμπαν περιείχε μόνο ένα σώμα, τότε η έννοια της αδράνειας και της κίνησης δεν θα είχε νόημα, γιατί δεν θα υπήρχε ένα σημείο αναφοράς ως προς το οποίο θα μπορούσαμε να μετρήσουμε την κίνηση του σώματος.

Το σύστημα αναφοράς που μας παρέχουν τα απομακρυσμένα αστέρια είναι κατάλληλο για τη μέτρηση της κίνησης όπως αυτή νοείται από τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα. Για το λόγο αυτό, το σύστημα αυτό λέγεται αδρανειακό σύστημα αναφοράς. Ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει και για οποιοδήποτε άλλο σύστημα αναφοράς κινείται με σταθερή (ευθύγραμμη) ταχύτητα προς τα απομακρυσμένα αστέρια. Υπάρχουν επομένως άπειρα αδρανειακά συστήματα αναφοράς, τα οποία κινούνται μεταξύ τους και όλα είναι εξ ίσου κατάλληλα. Υπάρχουν και μη αδρανειακά συστήματα αναφοράς, στα οποία ο νόμος του Νεύτωνα δεν ισχύει. Ένα παράδειγμα μη αδρανειακού συστήματος αναφοράς είναι ένα αυτοκίνητο που κινείται κατά μήκος μιας στροφής. Ας υποθέσουμε ότι μέσα στο αυτοκίνητο υπάρχει ένα τραπέζι με ένα βόλο επάνω. Πριν τη στροφή, ο βόλος είναι ακίνητος σε σχέση με το τραπέζι. Μόλις το αυτοκίνητο αρχίζει να στρίβει ο βόλος κινείται. Αυτό αντίκειται στο νόμο του Νεύτωνα γιατί καμμία δύναμη δεν ασκείται στο βόλο.

Βεβαίως, ίσως αντιτάξετε, δεν αλλάζει κίνηση ο βόλος αλλά το αυτοκίνητο. Ο βόλος συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά ως προς το δρόμο, ενώ το αυτοκίνητο αλλάζει πορεία. Έτσι μπορεί κανείς να δικαιολογήσει τη σχετική κίνηση του βόλου ως προς το αυτοκίνητο. Αυτή η παρατήρηση είναι σωστή, αλλά είναι εκείνη ακριβώς που δείχνει τη διαφορά μεταξύ των δύο συστημάτων αναφοράς, του αυτοκινήτου και του δρόμου. Ο νόμος του Νεύτωνα ισχύει όταν το σύστημα αναφοράς για την αξιολόγηση της κίνησης είναι ο δρόμος, όχι όμως όταν το σύστημα αναφοράς είναι το αυτοκίνητο.

Είναι, όμως, πράγματι αδρανειακό σύστημα αναφοράς ο δρόμος; Σίγουρα όχι. Το ότι η Γη δεν είναι αδρανειακό σύστημα αναφοράς είναι σαφές από την περιστροφή της γύρω από τον άξονά της και γύρω από τον ήλιο. Και οι δύο αυτές κινήσεις δεν είναι ευθύγραμμες ομαλές σε σχέση με τα αστέρια. Το ότι ο νόμος του Νεύτωνα δεν ισχύει στη Γη προκαλεί σε πολλούς έκπληξη και δυσπιστία αφού φαίνεται να αντίκειται στην καθημερινή μας εμπειρία. Η φαινομενική ισχύς του πρώτου νόμου στη Γη εξηγείται από τη σχετικά μεγάλη ακτίνα της Γης και το μικρό χρονικό διάστημα που διαρκούν οι κινήσεις που συνήθως παρατηρούμε. Απόδειξη της περιστροφής της Γης μας δίνει το εκκρεμές του Foucault.

*Νόμος δεύτερος:* Η επιτάχυνση που θα προκαλέσει μια δύναμη είναι ανάλογη της δύναμης και αντιστρόφως ανάλογη της μάζας του σώματος.

Ο νόμος αυτός είναι η ποσοτική έκφραση του πρώτου. Μαθηματικά ο νόμος δίδεται από τη γνωστή εξίσωση:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Τα βέλη τονίζουν τη διανυσματική φύση της επιτάχυνσης και της δύναμης. Από την εξίσωση προκύπτει και η μονάδα μέτρησης των δυνάμεων, το Newton, όπου 1 Nt ισούται με ένα χιλιόγραμμα επί μέτρο ανά δευτερόλεπτο ανά δευτερόλεπτο<sup>1</sup>.

*Νόμος τρίτος:* Όταν σ' ένα σώμα ασκείται μια δύναμη από ένα άλλο, τότε ασκείται μια ίση και αντίθετη δύναμη από το πρώτο σώμα στο άλλο.

Οι δύο αντίθετες δυνάμεις ονομάζονται συχνά δράση και αντίδραση. Το σημαντικό στοιχείο στο νόμο αυτό είναι ότι οι δύο δυνάμεις ασκούνται σε *διαφορετικά* σώματα. Ας φανταστούμε ένα παράδειγμα: ένα άνθρωπος πηδά από έναν τοίχο. Γιατί πέφτει; Γιατί ασκείται σ' αυτόν μια δύναμη από τη Γη, η δύναμη της βαρύτητας (το βάρος του), η οποία του μεταβάλλει την ταχύτητα. Συγχρόνως, ο άνθρωπος ασκεί μια δύναμη στη Γη, την αντίδραση του βάρους του. Η δύναμη αυτή θα προκαλέσει επιτάχυνση της Γης, η οποία, όμως δεν θα κινηθεί σημαντικά γιατί έχει τεράστια μάζα (βλ. δεύτερο νόμο). Όταν ο άνθρωπος προσγειωθεί θα σταματήσει να κινείται. Τι προκαλεί την επιβράδυνση αυτή; Μια άλλη δύναμη, η οποία προκύπτει από την επαφή του ανθρώπου με το έδαφος. Τη στιγμή της επαφής με το έδαφος η δύναμη είναι μεγάλη γιατί πρέπει να δημιουργήσει τη σημαντική επιβράδυνση που απαιτείται. Όσο πιο απότομα σταματήσει η πτώση, τόσο μεγαλύτερη επιβράδυνση απαιτείται και τόσο μεγαλύτερη δύναμη αναπτύσσεται<sup>2</sup>. Ποιες δυνάμεις ασκούνται στον άνθρωπο μετά την πτώση; Η εύκολη απάντηση είναι ότι δεν ασκείται καμμία δύναμη, εφόσον η ταχύτητά του είναι μηδέν. Γνωρίζοντας, όμως, την ύπαρξη της βαρύτητας, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι η δύναμη από το έδαφος είναι τώρα ακριβώς ίση και αντίθετη με το βάρος του ανθρώπου. *Η δύναμη αυτή δεν είναι η αντίδραση του βάρους.* Η αντίδραση του βάρους δεν ασκείται στον άνθρωπο, αλλά από τον άνθρωπο στη Γη. Γιατί η Γη δεν κινείται<sup>3</sup>; Γιατί, εκτός από την αντίδραση του βάρους του ανθρώπου, ασκείται και μια ίση και αντίθετη δύναμη από τα πόδια του ανθρώπου στο έδαφος.

Οι νόμοι του Νεύτωνα αποτέλεσαν τις βάσεις της σύγχρονης Κινητικής και Στατικής. Η Εμβιομηχανική στην Ορθοδοντική αποτελεί εφαρμογή της Στατικής και όχι της Κινητικής, παρόλο που η κλινική πράξη έχει σκοπό την *κίνηση* των δοντιών με την εφαρμογή δυνάμεων. Η δήλωση αυτή ξενίζει ίσως, και είναι καλό να τη δικαιολογήσουμε από τώρα, γιατί αποτελεί

<sup>1</sup> Οι δυνάμεις μετρώνται σε Newton (Nt) σύμφωνα με το διεθνές σύστημα μονάδων. Άλλες μονάδες που χρησιμοποιούνται συχνά είναι:

- τα γραμμάρια δύναμης (gram-force), που συνήθως αναφέρονται σκέτα γραμμάρια (gr), πράγμα που όμως είναι λάθος, καθόσον το γραμμάριο είναι μονάδα μάζας,
- οι αγγλικές μονάδες, που χρησιμοποιούνται τώρα μόνο στις ΗΠΑ (ounces, pounds).

Οι αντιστοιχίες είναι:

	ounce (oz)	pound (lb)	gr-f	Kg-f	Nt
1 oz =	1	0.0625	28.35	0.028	0.28
1 lb =	16	1	453	0.453	4.45
1 gr-f =	0.035	0.002	1	0.001	0.0098
1 Kg-f =	35.28	2.205	1000	1	9.81
1 Nt =	3.59	0.225	102	0.102	1

Στην πράξη, μία ουγγιά είναι περίπου 30 γραμμάρια δύναμης και ένα Newton 100 γραμμάρια δύναμης.

<sup>2</sup> Αυτός είναι ο λόγος που οι κατασκευαστές αυτοκινήτων προσπαθούν να δημιουργήσουν ζώνες παραμόρφωσης στα αυτοκίνητα, ώστε η επιβράδυνση κατά την πρόσκρουση να διαρκεί όσο το δυνατόν περισσότερο.

<sup>3</sup> Για απλοποίηση, αγνοώ την κίνηση της Γης στο διάστημα και τη θεωρώ αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

αρκετά συχνά σημείο παρανοήσεων. Πρέπει να διαχωρίσουμε την κίνηση, όπως αυτή νοείται από τη Φυσική, από τη μετακίνηση των δοντιών. Όταν εφαρμόζουμε δυνάμεις στα δόντια, αυτά δεν επιταχύνονται σύμφωνα με τον πρώτο και δεύτερο νόμο του Νεύτωνα. Σε τέτοια περίπτωση θα αποκτούσαν σύντομα πολύ μεγάλες ταχύτητες<sup>1</sup>. Οι δυνάμεις που εφαρμόζουμε προκαλούν παραμόρφωση των δοντιών και των περιοδοντικών ιστών (βλ. ορισμό δύναμης που δώσαμε στην αρχή). Η παραμόρφωση αυτή ενεργοποιεί τις κυτταρικές διεργασίες, οι οποίες καταλήγουν σε αναδιάπλαση του οστού και μετακίνηση των δοντιών. Έτσι, οι δυνάμεις δεν σχετίζονται απ' ευθείας με την ταχύτητα μετακίνησης, όπως δηλώνουν οι νόμοι του Νεύτωνα. Οι κυτταρικές διεργασίες είναι αυτές που καθορίζουν πόσο γρήγορα θα μετακινηθεί το δόντι και αυτός είναι ο λόγος που: ίδιες δυνάμεις μπορεί να προκαλούν διαφορετική μετακίνηση σε διαφορετικούς ασθενείς, η ταχύτητα μετακίνησης δεν είναι ανάλογη του μεγέθους της δύναμης, και ορθοδοντική θεραπεία σε νεκρούς δεν είναι δυνατή (εκτός των άλλων δυσκολιών που θα είχε, όπως πρόβλημα συνεργασίας).

Είναι πιο αποτελεσματικό αν θεωρούμε ότι τα δόντια και τα ορθοδοντικά μηχανήματα βρίσκονται σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Ο τρίτος νόμος του Νεύτωνα μας επιτρέπει να ανιχνεύουμε δυνάμεις που αναπτύσσονται και είναι απαραίτητες για τη διατήρηση αυτής της ισορροπίας. Παραδείγματα της εφαρμογής του τρίτου νόμου θα δούμε παρακάτω.

---

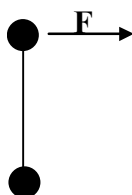
<sup>1</sup> Ένα δόντι 20 gr στο οποίο εφαρμόζεται δύναμη 10 gr-f υπόκειται σε επιτάχυνση περίπου  $5 \text{ m/sec}^2$  και στο πρώτο δευτερόλεπτο έχει μετακινηθεί 2.5 μέτρα. Οι επιδόσεις αυτές είναι καλύτερες από την ταχύτερη οδοντάγρα.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΔΕΥΤΕΡΟ

### *Ροπή δύναμης - Συνισταμένη δυνάμεων - Ζεύγος δυνάμεων - Ροπή ζεύγους - Κάθετη μεταφορά δύναμης*

Ας φανταστούμε μια ράβδο κάπου στο διάστημα. Αν ασκήσουμε στιγμιαία<sup>1</sup> μια δύναμη στο κέντρο της ράβδου τότε αυτή θα επιταχυνθεί προς την κατεύθυνση της δύναμης. Αν, όμως, η δύναμη ασκηθεί στο άκρο της ράβδου, τότε, εκτός από την επιτάχυνση, η ράβδος θα περιστραφεί και γύρω από το μέσον της. Γιατί προκαλείται αυτή η περιστροφή;

Οι νόμοι του Νεύτωνα δεν απαντούν άμεσα στο ερώτημα αυτό. Μπορούμε, όμως, να δούμε ότι η απάντηση βρίσκεται στο γεγονός ότι η μάζα, και άρα η αδράνεια του σώματος, κατανέμονται πλέον στο χώρο και δεν συγκεντρώνονται σε ένα σημείο. Η επίδραση αυτού του γεγονότος φαίνεται αν θεωρήσουμε ένα σώμα που αποτελείται από δύο μικρές σφαίρες ενωμένες με ένα σχοινί. Η δύναμη ασκείται στο “άκρο” του σώματος, στη μία σφαίρα.



Η δύναμη θα προκαλέσει επιτάχυνση της σφαίρας. Καθώς η σφαίρα θα απομακρύνεται από την κάτω σφαίρα, θα αναπτυχθεί τάση στο σχοινί που τις ενώνει. Η τάση αυτή είναι κάθετη προς την ταχύτητα της άνω σφαίρας, επομένως θα τροποποιήσει την κίνησή της από ευθύγραμμη σε κυκλική.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι κάθε σώμα αποτελείται από πολλά σημειακά σώματα που συνδέονται μεταξύ τους. Η παραπάνω εξήγηση είναι αρκετά απλοϊκή, επιτρέπει όμως να καταλάβουμε πώς προκαλείται η περιστροφή των σωμάτων όταν η δύναμη δεν διέρχεται από το “μέσον” τους. Για κάθε σώμα υπάρχει ένα σημείο όπου η άσκηση της δύναμης δεν προκαλεί περιστροφή. Το σημείο αυτό είναι το κέντρο μάζας.

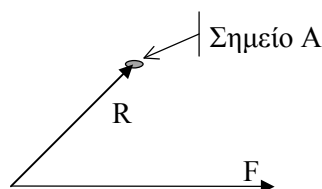
Πρέπει να τονίσουμε ότι στις περιπτώσεις που μια δύναμη ασκηθεί σε κάποιο σημείο εκτός του κέντρου μάζας, το σώμα θα περιστραφεί αλλά και θα επιταχυνθεί σύμφωνα με το νόμο του Νεύτωνα. Επειδή η κίνηση κάθε σημείου του σώματος είναι σύνθετη (περιστροφή και ευθύγραμμη κίνηση), η επιτάχυνση διαφέρει από σημείο σε σημείο. Ο νόμος του Νεύτωνα αναφέρεται στο κέντρο μάζας και περιγράφει την επιτάχυνση αυτού του σημείου. Έτσι, μπορούμε να συμπεράνουμε ότι αν το κέντρο μάζας δεν επιταχύνεται, τότε το σύνολο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν. Αυτό ισχύει και για σώματα που περιστρέφονται. Παράδειγμα αποτελεί η Γη, που περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της. Για την περιστροφή αυτή δεν απαιτείται καμμία δύναμη. Το ίδιο και για μια σβούρα.

<sup>1</sup> Η κατάσταση αλλάζει αν η δύναμη ασκείται συνεχώς.

Στο σημείο αυτό θα ήταν χρήσιμο να σκεφτείτε αν απαιτείται δύναμη για να προκαλέσουμε την περιστροφή ενός σώματος που αρχικά δεν περιστρέφεται, ή για να αυξήσουμε την ταχύτητα της περιστροφής. Θυμηθείτε ότι το κέντρο μάζας δεν μετακινείται.

Η ικανότητα μιας δύναμης να προκαλεί περιστροφή ενός σώματος εκφράζεται με την έννοια της ροπής. Υπάρχουν πολλοί ισοδύναμοι ορισμοί της ροπής. Σύμφωνα με τις πράξεις των διανυσμάτων, ροπή μιας δύναμης σε ένα σημείο του χώρου είναι το εξωτερικό γινόμενο της δύναμης επί το διάνυσμα που ενώνει το σημείο εφαρμογής της δύναμης με το σημείο του χώρου. Το εξωτερικό γινόμενο είναι αποτέλεσμα πολλαπλασιασμού δύο διανυσμάτων και είναι και αυτό διάνυσμα. Από τον ορισμό συμπεραίνουμε, επομένως, ότι η ροπή είναι διάνυσμα όπως και η δύναμη. Ποιο είναι το σημείο εφαρμογής και ποια η έντασή της;

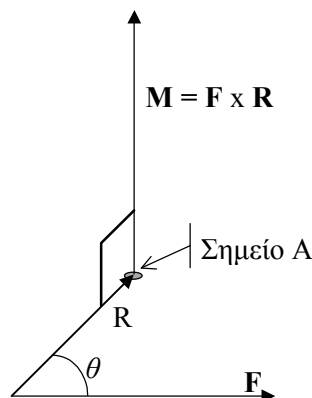
Ας θεωρήσουμε τη δύναμη  $F$ . Ενδιαφερόμαστε για τη ροπή της δύναμης αυτής στο σημείο  $A$ . Ενώνουμε το σημείο εφαρμογής της δύναμης με το σημείο  $A$ , ώστε να σχηματιστεί το διάνυσμα  $R$ .



Το εξωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι ένα νέο διάνυσμα, που είναι κάθετο στα άλλα δύο. Θα το ονομάσουμε  $M$ . Έχουμε:

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{R}$$

Το  $M$  είναι κάθετο στο επίπεδο που σχηματίζουν το διάνυσμα της δύναμης και το  $R$ , άρα:

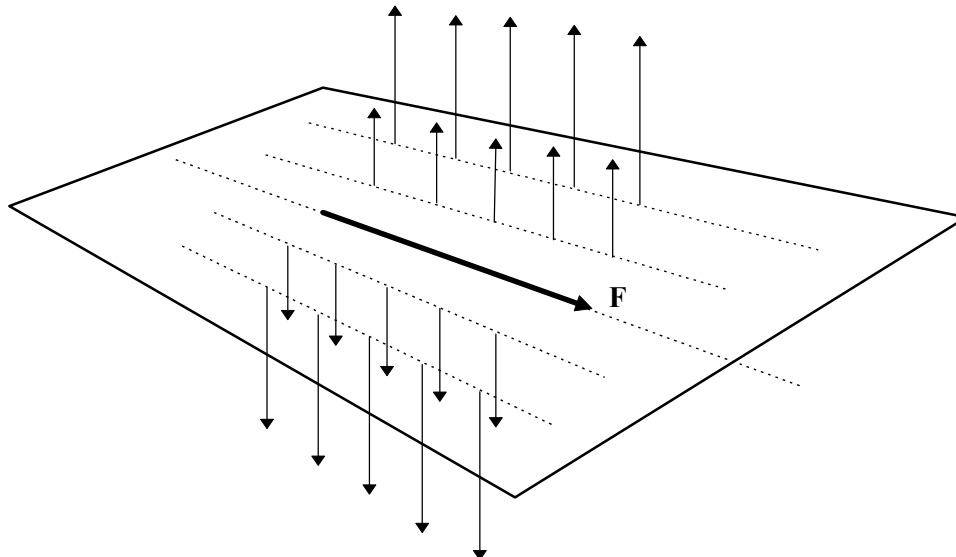


Το μέγεθος του  $M$  είναι ίσο με το γινόμενο του μεγέθους των δύο διανυσμάτων  $F$  και  $R$  επί το ημίτονο της γωνίας  $\theta$  που σχηματίζουν:

$$|\mathbf{M}| = |\mathbf{F}| \cdot |\mathbf{R}| \cdot \eta\mu \theta$$

Η εξίσωση αυτή μπορεί να απλοποιηθεί αν προσέξουμε ότι το γινόμενο του ημιτόνου της γωνίας  $\theta$  επί το μέγεθος του  $R$  ισούται με την κάθετη απόσταση του σημείου  $A$  από τη δύναμη  $F$ . Έτσι, το μέγεθος της ροπής σε κάποιο σημείο του χώρου ισούται με το μέγεθος της δύναμης επί την κάθετη απόσταση του σημείου από τη δύναμη.

Από τα παραπάνω μπορούμε εύκολα να υπολογίζουμε τη ροπή μιας δύναμης σε οποιοδήποτε σημείο του χώρου. Η ροπή θα είναι μηδέν σε όλα τα σημεία της ευθείας που αντιπροσωπεύει την κατεύθυνση της δύναμης. Όσο απομακρυνόμαστε (καθέτως) από την ευθεία αυτή, η ροπή θα αυξάνει γραμμικά.

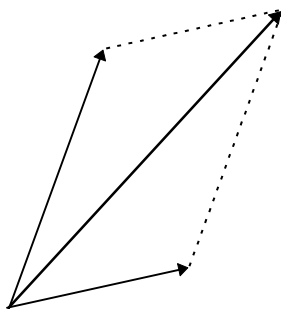


Από το σχεδιάγραμμα φαίνεται ότι κάθε δύναμη έχει ένα “πεδίο” ροπής γύρω της. Η ένταση των ροπών δεν εξαρτάται από τη θέση της δύναμης κατά μήκος της κατεύθυνσής της. Για το λόγο αυτό η δύναμη ονομάζεται και *ολισθαίνον* διάνυσμα. Θα μπορούσε να παρομοιαστεί με τρένο που κινείται πάνω σε ράγες. Δεξιά και αριστερά υπάρχουν δέντρα. Όσο πιο μακριά από τις ράγες, τόσο ψηλότερα είναι τα δέντρα<sup>1</sup>. Τα δέντρα δεν επηρεάζονται από τη θέση του τρένου κατά μήκος της διαδρομής του. Το τρένο είναι βεβαίως περιορισμένο στις ράγες και δεν επιτρέπεται να το μετακινήσουμε πλαγίως. Κάτι τέτοιο θα απαιτούσε και τη μετακίνηση όλων των δέντρων.

Πώς θα διαμορφωθεί το τοπίο αν έχουμε περισσότερες από μια δύναμη; Κάθε δύναμη θα έχει το δικό της “πεδίο” ροπής, τα δικά της δέντρα. Μια λύση για να υπολογίσουμε το τοπίο θα ήταν να προσθέσουμε τις ροπές των δυνάμεων σε κάθε σημείο του χώρου. Ευκολότερος τρόπος όμως είναι να αθροίσουμε πρώτα τις δυνάμεις. Η συνισταμένη των δυνάμεων θα έχει και εκείνη ένα πεδίο ροπής, που θα αποτελεί τη συνισταμένη των ροπών όλων των δυνάμεων.

Οι δυνάμεις είναι βεβαίως διανύσματα, και για το λόγο αυτό χρειάζεται να τις προσθέσουμε διανυσματικά. Η πρόσθεση διανυσμάτων είναι εύκολη όταν τα διανύσματα έχουν κοινό σημείο εφαρμογής, ή όταν οι διευθύνσεις τους τέμνονται. Η διαγώνιος του παραλληλογράμμου που σχηματίζουν τα δύο διανύσματα αποτελεί το άθροισμά τους, ή τη συνισταμένη, αν πρόκειται για δυνάμεις:

<sup>1</sup> Δυστυχώς η παρομοίωση επιβάλλει ότι από τη μια μεριά τα δέντρα κρέμονται ανάποδα. Ελπίζω αυτό να μην ενοχλεί αισθητικά. Ακόμη, πρέπει να τονιστεί ότι εδώ περιγράφουμε τις ροπές της δύναμης σε ένα επίπεδο. Το “πεδίο” ροπών στο χώρο θα έχει τη μορφή ομοαξονικών κυλίνδρων γύρω από τη δύναμη.



Σε περίπτωση πολλών δυνάμεων, αθροίζουμε πρώτα τις δύο, μετά την τρίτη με τη συνισταμένη των δύο πρώτων, και ούτω καθ'εξής.

Πρόβλημα προκύπτει όταν δεν είναι δυνατόν να σχηματίσουμε το παραλληλόγραμμο, επειδή οι δυνάμεις είναι παράλληλες μεταξύ τους. Ποια θα είναι η συνισταμένη αυτών των δυνάμεων;



Το μέγεθος της συνισταμένης δεν παρουσιάζει πρόβλημα, θα ισούται με το άθροισμα των δύο δυνάμεων. Η κατεύθυνσή της θα είναι παράλληλη των δύο δυνάμεων. Πού, όμως, θα βρίσκεται αυτή η κατεύθυνση; Όλες οι παρακάτω επιλογές θα ήταν εξ ίσου αποδεκτές;

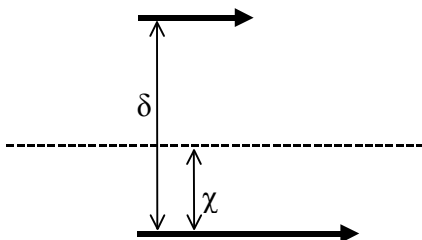


Η απάντηση είναι 'όχι', και ο λόγος είναι οι ροπές. Η συνισταμένη θα πρέπει να έχει ακριβώς το ίδιο πεδίο ροπών που έχουν συνολικά οι δύο συνιστώσες. Μόνο μία θέση από τις άπειρες παράλληλες κατευθύνσεις είναι η σωστή. Η έννοια του απείρου μπορεί να βοηθήσει, ώστε να χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα του παραλληλογράμμου και σε αυτή την περίπτωση. Αν φανταστούμε ότι οι δυνάμεις δεν είναι τελείως παράλληλες αλλά ότι τέμνονται σε κάποιο σημείο, που βρίσκεται αριστερά σε πολύ μεγάλη απόσταση, τότε η διαγώνιος του παραλληλογράμμου θα είναι και διαγώνιος της γωνίας που σχηματίζουν οι δύο δυνάμεις (καθόσον είναι ίσες μεταξύ τους) και θα διέρχεται στο μέσον μεταξύ των δύο δυνάμεων. Όσο η γωνία μεταξύ των δυνάμεων μικραίνει, το σημείο τομής θα πλησιάζει στο άπειρο, αλλά η συνισταμένη θα εξακολουθεί να διέρχεται στο μέσο της απόστασης μεταξύ τους.

Ένας άλλος τρόπος που μας επιτρέπει να δείξουμε ότι η συνισταμένη διέρχεται στο μέσον της απόστασης είναι υπολογίζοντας τις ροπές. Γνωρίζουμε ότι η ροπή της

συνισταμένης είναι μηδενική στα σημεία από τα οποία αυτή διέρχεται. Στα ίδια σημεία θα είναι μηδενική και η συνολική ροπή των δύο δυνάμεων. Σε ποια σημεία του επιπέδου συμβαίνει αυτό; Προφανώς σε όλα τα σημεία της ευθείας, η οποία διέρχεται στο μέσον της απόστασης μεταξύ των δυνάμεων, γιατί εκεί η ροπή της μιας δύναμης εξουδετερώνει ακριβώς τη ροπή της άλλης.

Ο τρόπος αυτός σκέψης, μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τη θέση της συνισταμένης και σε γενικότερες περιπτώσεις, όπου οι δύο δυνάμεις δεν είναι ίσες. Ας θεωρήσουμε ότι η μία δύναμη είναι διπλάσια της άλλης:



Η συνισταμένη θα βρίσκεται πλησιέστερα στη μεγάλη δύναμη, αλλά σε ποια απόσταση; Έστω  $\delta$  η απόσταση μεταξύ των δύο δυνάμεων και  $\chi$  η απόσταση της συνισταμένης από την κάτω δύναμη. Τότε, η ροπή της μικρής δύναμης στο σημείο της συνισταμένης θα είναι  $F'/2 \cdot (\delta - \chi)$ , ενώ της κάτω δύναμης θα είναι  $F \cdot \chi$ . Αυτές είναι ίσες και αντίθετες (γιατί βρίσκονται επί της συνισταμένης), άρα:

$$F \cdot \chi = F'/2 \cdot (\delta - \chi),$$

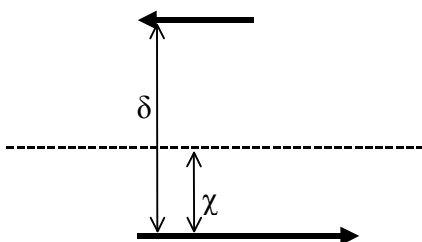
$$2 \cdot \chi = \delta - \chi, \text{ επομένως } \chi = \delta/3.$$

Το γενικό αποτέλεσμα θα δίδεται από τη σχέση:

$$\chi = (F' \cdot \delta) / (F + F')$$

όπου  $\chi$  είναι η απόσταση μεταξύ της συνισταμένης και της  $F$ .

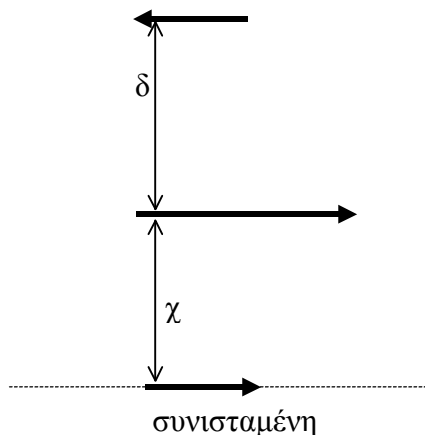
Είναι φανερό ότι όσο μικραίνει η πάνω δύναμη, τόσο η συνισταμένη θα πλησιάζει την κάτω. Όταν η πάνω δύναμη γίνει μηδέν, η συνισταμένη θα ισούται με την κάτω δύναμη. Όταν η πάνω δύναμη γίνει μικρότερη του μηδενός, αλλάζει δηλαδή κατεύθυνση, ποια θα είναι η θέση της συνισταμένης; Ας υπολογίσουμε την περίπτωση όπου η δύναμεις έχουν το ίδιο μέγεθος με το παραπάνω σχήμα, αλλά είναι αντίθετης φοράς:



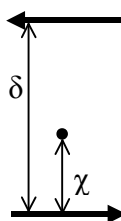
Είναι εύκολο να συμπεράνει κανείς ότι οι ροπές των δυνάμεων αυτών στο χώρο μεταξύ τους, δεν είναι δυνατόν να εξουδετερώνονται σε κανένα σημείο, γιατί έχουν την ίδια κατεύθυνση. Άρα, η συνισταμένη δεν μπορεί να διέρχεται μεταξύ τους. Η επίλυση της γενικής σχέσης που δώσαμε παραπάνω θα μας δώσει:

$$\chi = -\delta$$

Η συνισταμένη θα βρίσκεται εκτός των δυνάμεων, σε απόσταση  $\delta$  από την κάτω δύναμη:



Αν εξακολουθήσουμε να αυξάνουμε την πάνω δύναμη, η συνισταμένη θα μετακινείται προς όλο και μεγαλύτερη απόσταση από τις δύο δυνάμεις, και συγχρόνως το μέγεθός της θα μικραίνει (γιατί οι δυνάμεις είναι αντίθετες). Ενδιαφέρον παρουσιάζει η περίπτωση, όταν οι δύο δυνάμεις γίνουν ίσες ως προς το μέτρο τους. Τότε αποτελούν 'ζεύγος' δυνάμεων. Η συνισταμένη του ζεύγους θα έχει μέγεθος μηδενικό και θα βρίσκεται σε άπειρη απόσταση από τις δύο δυνάμεις. Τι είδους ροπές μπορεί να δημιουργεί μια δύναμη μηδενικής έντασης σε άπειρη απόσταση; Η ερώτηση αυτή δεν θα είχε εύκολη απάντηση, αν δεν δεχόμασταν ότι η συνισταμένη είναι ισοδύναμη με το ζεύγος των δυνάμεων. Αντί να υπολογίσουμε τη ροπή της συνισταμένης μπορούμε να υπολογίσουμε τη ροπή του ζεύγους. Η ροπή σε ένα τυχαίο σημείο, που απέχει απόσταση  $\chi$  από τη μία δύναμη θα είναι:

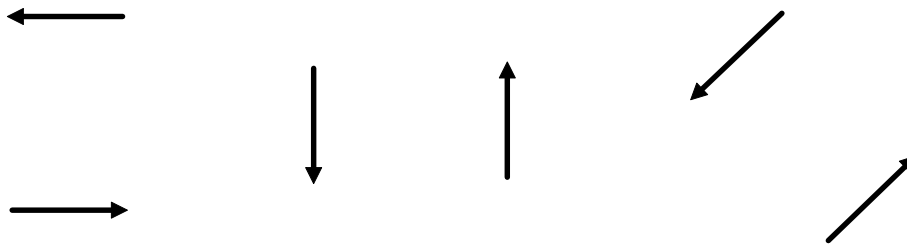


Η ροπή της πάνω δύναμης θα είναι  $F(\delta-\chi)$  και της κάτω  $F\chi$ . Η συνολική ροπή θα είναι:

$$M=F(\delta-\chi)+F\chi, \text{ δηλαδή, } F\delta$$

Άρα, η ροπή του ζεύγους είναι η ίδια, ανεξάρτητα από το σημείο του χώρου που επιλέγουμε. Όλα τα δέντρα είναι πλέον στο ίδιο ύψος.

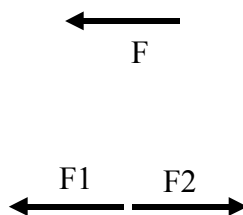
Το ζεύγος δυνάμεων είναι μια ενδιαφέρουσα έννοια με χαρακτηριστικές ιδιότητες. Εφόσον η συνισταμένη του ζεύγους είναι δύναμη μηδενικής έντασης, το ζεύγος δεν μπορεί να προκαλέσει επιτάχυνση των σωμάτων. Η μόνη επίδραση που επιφέρει είναι η περιστροφή. Η περιστροφή αυτή προκύπτει από τη σταθερή ροπή του ζεύγους σε όλα τα σημεία του χώρου. Επειδή η ροπή είναι σταθερή, τη θεωρούμε 'ελεύθερο' διάνυσμα. Δεν έχει, δηλαδή, σημασία πού θα εφαρμοστεί το ζεύγος. Δεν έχει, ακόμη, σημασία ποια θα είναι η κατεύθυνση των δύο δυνάμεων. Η ροπή εξαρτάται μόνο από την απόσταση μεταξύ του και το μέγεθός τους. Όλα τα παρακάτω ζεύγη είναι ισοδύναμα:



Το ζεύγος δυνάμεων είναι μια έννοια που μας επιτρέπει να απελευθερώσουμε τη δύναμη από την τροχιά της. Η δύναμη, ως ολισθαίνον διάνυσμα, μπορεί να μετακινείται ελεύθερα κατά μήκος της κατεύθυνσής της χωρίς καμμία αλλαγή στην επίδραση που ασκεί στα σώματα, και γι' αυτό παρομοιάστηκε με τρένο που κυλά ελεύθερα στις ράγες. Μεταφορά, όμως, κάθετα προς την κατεύθυνσή της δεν είναι επιτρεπτή, γιατί κάτι τέτοιο θα τροποποιούσε όλο το πεδίο των ροπών. Ο μόνος τρόπος να παραμείνουν οι ροπές όπως ήταν στην αρχική θέση, παρ' όλη τη μετακίνηση της δύναμης, θα είναι να προσθέσουμε ένα κατάλληλο πεδίο ροπών σε εκείνο που παράγει η δύναμη στη νέα της θέση, ώστε το άθροισμα των δύο πεδίων να ισούται με το αρχικό πεδίο της δύναμης.

Ο υπολογισμός του κατάλληλου πεδίου ροπών είναι εύκολος γιατί η μετακίνηση της δύναμης κάθετα στην κατεύθυνσή της θα μεταβάλει τις ροπές κατά το ίδιο ποσό σε όλα τα σημεία του επιπέδου. Αν μετακινήσουμε τη δύναμη κατά μια απόσταση  $\delta$ , τότε θα πρέπει να προσθέσουμε (ή να αφαιρέσουμε, αναλόγως προς τα πού έγινε η μετακίνηση) μια ροπή  $F\delta$ , ώστε να έχουμε πάλι μηδέν ροπή στο σημείο που ήταν αρχικά η δύναμη. Η ίδια ροπή θα πρέπει να αθροιστεί σε όλα τα σημεία του επιπέδου. Άρα, απαιτείται μια σταθερή ροπή, που μπορεί να προκύψει από ένα ζεύγος δυνάμεων.

Το παρακάτω σχήμα δείχνει μια άλλη, εύκολα κατανοητή αντιμετώπιση του ίδιου θέματος. Σκοπός είναι να μετακινήσουμε τη δύναμη  $F$  στη θέση της  $F1$ . Τοποθετούμε δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις στο σημείο εκείνο:



Η συνισταμένη των δυνάμεων  $F1$  και  $F2$  είναι μηδέν και η ροπή τους είναι επίσης μηδέν, άρα η επίδρασή τους στα σώματα είναι μηδενική. Τώρα, όμως, οι δυνάμεις  $F$  και  $F2$  αποτελούν ζεύγος δυνάμεων. Μπορούμε να αντικαταστήσουμε αυτό το ζεύγος με μια ροπή ζεύγους, ή με ένα οποιοδήποτε άλλο ζεύγος μας δώσει την ίδια ροπή. Το αποτέλεσμα θα είναι η μετακίνηση της δύναμης  $F$  στη θέση της  $F1$ , με την προσθήκη της ροπής του ζεύγους  $F-F2$ .

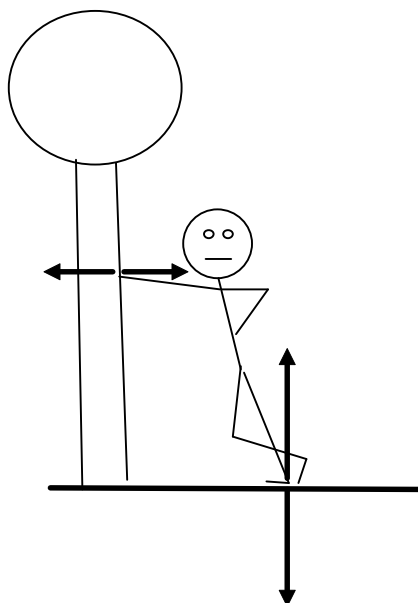
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΡΙΤΟ

### *Στατική ισορροπία - Δυνάμεις από το περιρρίζιο - Κέντρο αντίστασης - Κέντρο περιστροφής - Λόγος M/F*

Η έννοια της στατικής ισορροπίας είναι άμεσα συνδεδεμένη με την κίνηση των σωμάτων. Θεωρώντας ότι χρησιμοποιούμε αδρανειακό σύστημα αναφοράς, ένα σώμα βρίσκεται σε στατική ισορροπία όταν δεν κινείται. Η απουσία κίνησης προϋποθέτει ότι η συνολική δύναμη που δέχεται το σώμα θα είναι μηδενική, όπως ορίζει ο νόμος του Νεύτωνα. Όπως, όμως, είδαμε, και η συνολική ροπή πρέπει να είναι μηδενική, αλλιώς προκαλείται περιστροφή του σώματος γύρω από το κέντρο μάζας του. Έτσι, η στατική ισορροπία απαιτεί το άθροισμα των δυνάμεων και το άθροισμα των ροπών να είναι μηδέν. Οι προϋποθέσεις αυτές δεν είναι, όμως, αρκετές για να αποκλείσουν την ομαλή ευθύγραμμη κίνηση ή την ομαλή περιστροφή ενός σώματος, κινήσεις, οι οποίες δεν απαιτούν εφαρμογή δύναμης ή ροπής. Επομένως, η επιταγή να είναι μηδενικό το άθροισμα των δυνάμεων και το άθροισμα των ροπών, είναι αναγκαία προϋπόθεση όταν υφίσταται στατική ισορροπία, αλλά δεν είναι αναγκαία συνθήκη για την ύπαρξη της ισορροπίας αυτής.

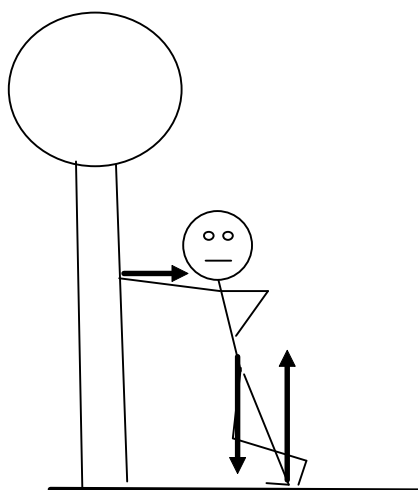
Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η στατική ισορροπία ισχύει σχεδόν αποκλειστικά σε όλα τα συστήματα δυνάμεων και μετακινήσεων που εφαρμόζονται στην ορθοδοντική. Ο ρόλος της εμβιομηχανικής είναι να αναλύσει τα συστήματα αυτά, ώστε να βρεθούν οι δυνάμεις και ροπές που εφαρμόζονται σε κάθε τμήμα του συστήματος, δόντι, άγκιστρο, ορθοδοντικό τόξο, κ.λ.π. Η ανάλυση επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τη βασική αρχή της στατικής ισορροπίας, του μηδενικού αθροίσματος δυνάμεων και ροπών, και τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα, της δράσης - αντίδρασης. Ο υπολογισμός των δυνάμεων και ροπών δεν είναι πάντα εύκολος. Βοηθητικά είναι καλό να χρησιμοποιούμε το 'διάγραμμα ελευθέρου σώματος'. Με τη μέθοδο αυτή, εξετάζουμε κάθε σώμα χωριστά και σχεδιάζουμε μόνο τις δυνάμεις και τις ροπές που ασκούνται στο σώμα αυτό. Η μέθοδος αυτή απλουστεύει την ανάλυση γιατί οι σχέσεις μεταξύ των δυνάμεων και των ροπών γίνονται εμφανέστερες και τυχόν σφάλματα στην καταχώρησή τους γίνονται αμέσως αντιληπτά.

Ένα απλό παράδειγμα φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, όπου ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα δέντρο. Το δέντρο, βεβαίως, δεν κινείται, και άρα, ο άνθρωπος και το δέντρο είναι σε κατάσταση στατικής ισορροπίας.



Στο σχήμα έχουν σχεδιαστεί ορισμένες δυνάμεις, όπως η δύναμη από τον άνθρωπο στο δέντρο και η αντίδρασή της, σύμφωνα με τον τρίτο νόμο, το βάρος του ανθρώπου και η αντίδραση του βάρους από το έδαφος. Οι δυνάμεις αυτές φαίνεται να έχουν άθροισμα μηδέν και δίνουν, επομένως, μια πλήρη και αληθή εικόνα της κατάστασης, όπως επιβάλλεται από την αρχή της στατικής ισορροπίας.

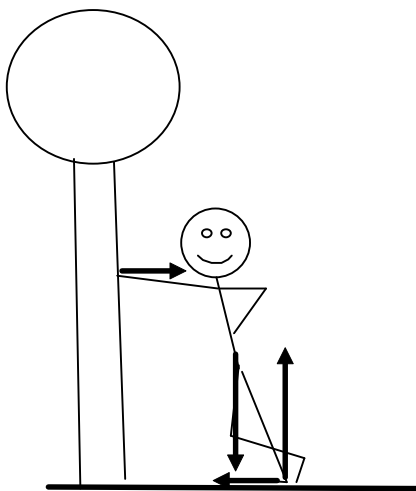
Η ερμηνεία, όμως, αυτή είναι λανθασμένη. Το βασικό σφάλμα είναι ότι οι δυνάμεις του σχήματος δεν ασκούνται όλες στο ίδιο σώμα. Η δύναμη που ασκεί ο άνθρωπος στο δέντρο δεν ασκείται στον άνθρωπο, αλλά μόνο στο δέντρο. Επομένως, δεν μπορεί να αθροιστεί με τη δύναμη που ασκεί το δέντρο στον άνθρωπο για να ικανοποιήσει την αρχή της ισορροπίας. Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του διαγράμματος του ελεύθερου σώματος, θα θεωρήσουμε μόνο τις δυνάμεις που ασκούνται στον άνθρωπο:



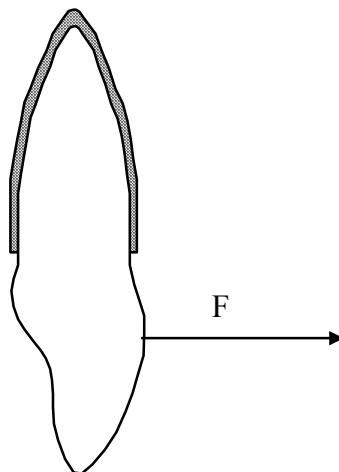
Το δέντρο ασκεί μια δύναμη στο χέρι του ανθρώπου. Το βάρος ασκείται από τη Γη στο κέντρο βάρους του ανθρώπου. Το έδαφος ασκεί μια δύναμη στο πόδι του ανθρώπου. Η δύναμη αυτή δεν είναι η αντίδραση του βάρους, γιατί η αντίδραση του βάρους ασκείται από

τον άνθρωπο στη Γη και όχι από τη Γη στον άνθρωπο. Η δύναμη από το έδαφος είναι η αντίδραση της δύναμης που ασκεί το πόδι του ανθρώπου στο έδαφος.

Το παραπάνω σχήμα μας αποκαλύπτει αμέσως ότι έχουμε παραλείψει κάποια δύναμη, γιατί η αρχή της στατικής ισορροπίας δεν ισχύει. Η δύναμη αυτή πρέπει να είναι ίση και αντίθετη με τη δύναμη που ασκεί το δέντρο στον άνθρωπο. Ακόμη, έχουμε παραλείψει και μια ροπή, που θα αντισταθμίσει τη ροπή που παράγει το ζεύγος του βάρους και της δύναμης από το έδαφος. Λύση και στα δύο σημεία μας παρέχει η τριβή από το έδαφος. Από το σχήμα είναι εμφανές ότι η δύναμη που μπορούμε να ασκήσουμε στο δέντρο εξαρτάται άμεσα από την τριβή. Σε περίπτωση μηδενικής τριβής (π.χ. αν στεκόμασταν πάνω σε πάγο) δεν θα ήταν δυνατόν να ασκήσουμε καμία δύναμη.

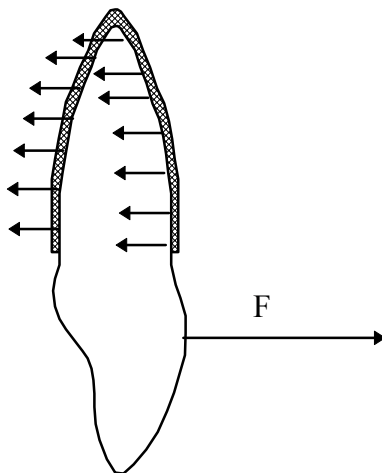


Στο επόμενο παράδειγμα θεωρούμε έναν άνω τομέα, στον οποίο ασκούμε μια δύναμη στο μέσο της μύλης, όπως φαίνεται στο σχήμα:

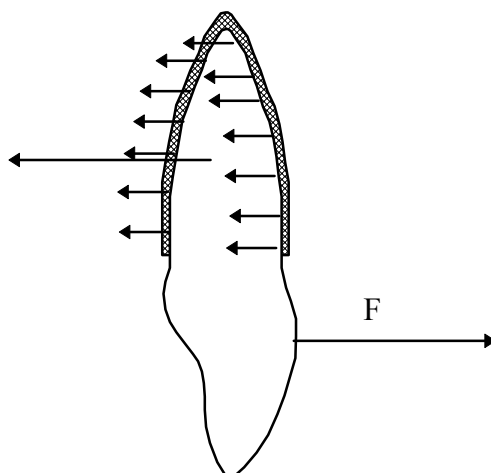


Η δύναμη θα προκαλέσει συμπίεση του περιρριζίου, έως ότου αναπτυχθούν τέτοιες δυνάμεις που θα επαναφέρουν το δόντι σε κατάσταση στατικής ισορροπίας. Η κατάσταση αυτή θεωρείται ότι εγκαθίσταται γρήγορα, σχετικά με το χρονικό διάστημα που ακολουθεί και περιλαμβάνει τις κυτταρικές λειτουργίες της ανάπτυξης του οστού και της ορθοδοντικής μετακίνησης. Θα ήταν, λοιπόν, λογικό να θεωρήσει κανείς ότι κάθε σημείο του περιρριζίου

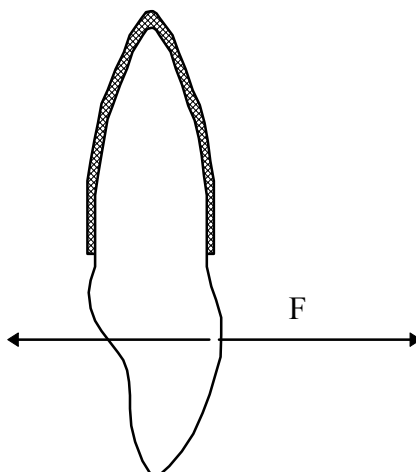
ασκεί μια δύναμη στη ρίζα, λόγω της συμπίεσης ή της τάσης στην οποία υπόκειται. Μια πρώτη προσέγγιση φαίνεται εδώ:



Η συνισταμένη, όμως, των δυνάμεων του περιρριζίου, όπως τις σχεδιάσαμε, θα εφαρμόζεται στη ρίζα του δοντιού:



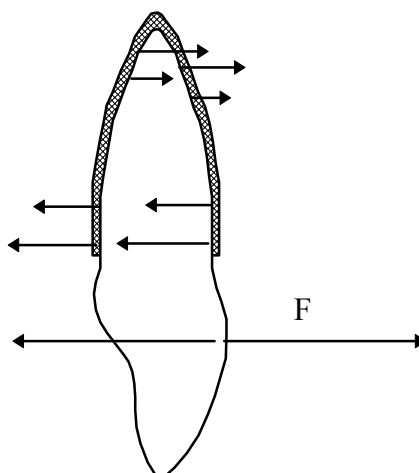
Προφανώς δεν ισχύει η αρχή της στατικής ισορροπίας γιατί οι δύο δυνάμεις, παρ' ότι ίσες και αντίθετες, αποτελούν ζεύγος και άρα ασκείται ροπή στο δόντι. Πώς είναι δυνατόν να αποφύγουμε τη ροπή αυτή; Η απάντηση προκύπτει αν ξεκινήσουμε ανάποδα, αν τοποθετήσουμε, δηλαδή, τη συνισταμένη δύναμη που ασκεί το περιρριζίο εξ αρχής στη σωστή της θέση. Αυτή πρέπει να είναι στο ίδιο σημείο στο οποίο ασκούμε τη δύναμη στη μύλη:



Η θέση αυτή ικανοποιεί τις επιταγές της στατικής ισορροπίας. Πώς είναι, όμως, δυνατόν να ασκεί το περιρρίζιο δύναμη που εφαρμόζεται έξω από τα όριά του; Η απάντηση είναι εύκολη, αν θυμηθούμε τη θέση της συνισταμένης δύο παραλλήλων και αντιθέτων δυνάμεων:

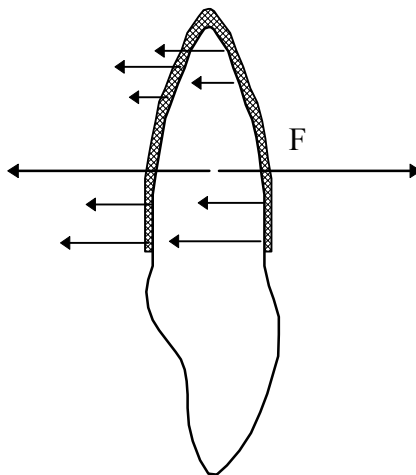


Η συνισταμένη τους θα βρίσκεται χαμηλότερα από την κάτω δύναμη. Ομοίως, η συνισταμένη του περιρρίζιου μπορεί να ασκείται και εκτός της ρίζας, αρκεί τα διάφορα τμήματα του περιρρίζιου να ασκούν δυνάμεις αντίθετης φοράς στη ρίζα:



Η απλουστευμένη αυτή εικόνα δείχνει ότι το δόντι θα αποκλίνει ώστε να συμπιέζεται το περιρρίζιο στο χειλικό αυχενικό τμήμα και επίσης στο υπερώιο ακρορριζικό τμήμα. Επομένως, κάπου υπάρχει ένα σημείο περιστροφής του δοντιού.

Εάν η δύναμη που εφαρμόζουμε μετακινηθεί στο ύψος της ρίζας, τότε η συνισταμένη από το περιρρίζιο μπορεί να προκύψει από συνιστώσες της ίδιας φοράς:



Βεβαίως, δεν χρειάζεται να τοποθετήσουμε άγκιστρο στη ρίζα του δοντιού για να ασκήσουμε τη δύναμη στο σημείο εκείνο. Αρκεί να εφαρμόσουμε τη δύναμη στη μύλη, όπως και προηγουμένως, και να ασκήσουμε επιπροσθέτως μια ροπή ζεύγους, η οποία θα ‘μεταφέρει’ τη δύναμη καθέτως προς τη διεύθυνσή της, προς τη ρίζα του δοντιού.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι σε κάποιο σημείο κατά μήκος της ρίζας, η δύναμη που ασκούμε εξισορροπείται από τη δύναμη του περιρριζίου με τέτοιο τρόπο ώστε να μην απαιτείται καμία απόκλιση του δοντιού, παρά μόνο παράλληλη μετακίνηση, η οποία θα επιφέρει ομοιόμορφη συμπίεση του περιρριζικού χώρου. Το σημείο αυτό καλείται ‘κέντρο αντίστασης’. Όταν η δύναμη που ασκούμε διέρχεται από το κέντρο αντίστασης, η αναμενόμενη κίνηση του δοντιού είναι η παράλληλη μετατόπιση.

Το κέντρο αντίστασης πρέπει να διαχωριστεί από άλλες έννοιες, με τις οποίες πολύ συχνά συγχέεται, το κέντρο μάζας, το κέντρο βάρους, το ‘κέντρο όγκου’ και το ‘κέντρο επιφανείας’.

Το κέντρο μάζας είναι το σημείο εκείνο στο οποίο αν ασκηθεί μια δύναμη το σώμα θα επιταχυνθεί παράλληλα προς τον εαυτό του, χωρίς περιστροφή. Το κέντρο μάζας αναφέρεται σε *ελεύθερα* σώματα. Ένα δόντι μόνο του στο διάστημα θα μετακινηθεί χωρίς περιστροφή μόνο αν η δύναμη που εφαρμοστεί διέρχεται από το κέντρο μάζας. Στην ορθοδοντική, όμως, τα δόντια είναι συνήθως περιορισμένα στη φατνιακή απόφυση. Η μετακίνησή τους δεν οφείλεται στην επιτάχυνση που περιγράφουν οι νόμοι του Νεύτωνα. Τα δόντια βρίσκονται σε στατική ισορροπία και η όποια μετακίνηση οφείλεται σε μακροχρόνιες κυτταρικές διεργασίες. Η παράλληλη ή όχι μετακίνηση εξαρτάται από την έκταση και τη μορφή του περιρριζίου που παραμορφώνεται με την εφαρμογή των ορθοδοντικών δυνάμεων. Η θέση του κέντρου μάζας εξαρτάται από την κατανομή της μάζας ενός σώματος στο χώρο. Αντίθετα, η θέση του κέντρου αντίστασης εξαρτάται από την κατανομή της επιφάνειας του περιρριζίου που περιβάλλει το δόντι στο χώρο. Επομένως, το κέντρο μάζας, είτε ολοκλήρου του δοντιού, είτε μόνο της ρίζας, είτε μόνο του τμήματος της ρίζας που καλύπτεται από περιρριζίο, δεν παίζει κανένα ρόλο στη θέση του κέντρου αντίστασης.

Το κέντρο βάρους ενός σώματος είναι το σημείο εκείνο στο οποίο ασκείται η έλξη της Γης. Συνήθως συμπίπτει με το κέντρο μάζας, αλλά μπορεί και όχι, αν το πεδίο βαρύτητας δεν είναι ομοιόμορφο. Δεν σχετίζεται με το κέντρο αντίστασης για τους ίδιους λόγους που αναφέρθηκαν για το κέντρο μάζας.

Το ‘κέντρο όγκου’ συμπίπτει με το κέντρο μάζας όταν το σώμα αποτελείται από ομοιογενές υλικό. Το κέντρο όγκου μπορεί να συμπίπτει με το κέντρο επιφανείας, που εξαρτάται από την κατανομή της εξωτερικής επιφανείας του σώματος στο χώρο. Συνήθως, όμως, τα δύο αυτά κέντρα είναι σε διαφορετική θέση. Το κέντρο επιφανείας βρίσκεται πλησιέστερα στο κέντρο αντίστασης, αλλά δεν συμπίπτει αναγκαστικά με αυτό.

Από τι εξαρτάται η θέση του κέντρου αντίστασης; Μια μερική απάντηση στην ερώτηση αυτή δόθηκε προηγουμένως: το μέγεθος και το σχήμα του τμήματος της ρίζας που περιβάλλεται από περιρρίζιο θα καθορίσει τη θέση του κέντρου αντίστασης. Η απάντηση αυτή προήλθε από τον παραλληλισμό των εννοιών του κέντρου αντίστασης και του κέντρου μάζας. Η “καταγωγή” της απάντησης προδίδεται από την πρωτεύουσα θέση που κατέχει η ρίζα του δοντιού στη σκέψη μας. Θεωρούμε ότι το κέντρο αντίστασης ανήκει στο δόντι και επομένως η ρίζα (η μορφολογία της) είναι εκείνη που θα καθορίσει τη θέση του. Όμως, αυτό που ενδιαφέρει, αντίθετα με το κέντρο μάζας, δεν είναι το εσωτερικό της ρίζας, αλλά η εξωτερική της επιφάνεια. Αν αφαιρέσουμε από το δόντι τα στοιχεία εκείνα που δεν επηρεάζουν το κέντρο αντίστασης, τι θα απομείνει; Η μύλη θα φύγει όλη, όπως και ο πολφός. Από τη ρίζα μπορούμε άφοβα να αφαιρέσουμε την οδοντίνη. Μπορούμε επίσης να προχωρήσουμε και στην οστεΐνη, υποσκάπτοντάς την από το εσωτερικό, μέχρι να αφήσουμε ένα πολύ λεπτό κέλυφος, όπου προσφύονται οι ίνες του περιρριζίου. Αυτό το κέλυφος μπορεί να είναι και μηδενικού πάχους, αφού το μόνο που χρειαζόμαστε είναι το σημείο πρόσφυσης των ινών. Η θεωρητική αυτή άσκηση θυμίζει τη γάτα του Lewis Carroll στην “Αλίκη στη χώρα των θαυμάτων”. Το μόνο που μας έμεινε είναι το “χαμόγελο” του δοντιού. Γίνεται έτσι εμφανές, ότι το σημαντικό στον καθορισμό του κέντρου αντίστασης δεν είναι το δόντι αλλά το περιρρίζιο.

Ας μεταφέρουμε, λοιπόν, στο κέντρο της προσοχής μας το περιρρίζιο. Το κέρδος είναι διπλό. Η απάντηση που δώσαμε παραπάνω εύκολα μετατρέπεται στην απλούστερη μορφή “το μέγεθος και σχήμα του περιρριζίου”. Αλλά το σημαντικότερο είναι, ότι αμέσως υποψιαζόμαστε ότι και άλλα χαρακτηριστικά του περιρριζίου μπορεί να επηρεάζουν το κέντρο αντίστασης. Το ότι το περιρρίζιο δεν είναι ιδανικό ελαστικό υλικό είναι γνωστό. Ίσως η ανομοιογένεια και η ανισοτροπία να είναι παράγοντες που επίσης επηρεάζουν κλινικά τη θέση του κέντρου αντίστασης.

Ανομοιογένεια σημαίνει ότι το περιρρίζιο δεν είναι το ίδιο σ’ όλη του την έκταση. Μελέτες έχουν δείξει ότι οι φυσικές ιδιότητες του περιρριζίου (αντοχή, ελαστικότητα, κλπ) μπορεί να διαφέρουν όσο μετακινούμαστε από το αυχενικό προς το ακρορριζικό τμήμα. Αυτό θα μπορούσε να επηρεάσει σημαντικά το κέντρο αντίστασης. Φανταστείτε το αυχενικό τμήμα του περιρριζίου σκληρό και ανελαστικό σε σχέση με το ακρορριζικό τμήμα. Το κέντρο αντίστασης θα καθορίζεται κυρίως από το ανελαστικό τμήμα, με αποτέλεσμα να βρίσκεται περισσότερο αυχενικά από ότι αν το περιρρίζιο ήταν ομοιογενές. Η φυσική ανομοιογένεια επιτείνεται και από τις ορθοδοντικές δυνάμεις. Περιοχές υάλωσης που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια ορθοδοντικών μετακινήσεων έχουν και αυτές διαφορετικές φυσικές ιδιότητες. Πόσο σημαντικές είναι αυτές οι ανομοιογένειες δεν έχει προσδιοριστεί ακόμα.

Ανισοτροπία σημαίνει ότι το περιρρίζιο αντιδρά διαφορετικά, ανάλογα με την κατεύθυνση που ασκούνται οι δυνάμεις. Η ανισοτροπία φαίνεται ιστολογικά από την κατεύθυνση των ινών. Οι λοξές ίνες, π.χ., ανθίστανται στην ακρορριζική μετακίνηση

περισσότερο από ότι στις πλάγιες μετακινήσεις ή στη μυλική μετακίνηση. Όταν εφαρμόζουμε μια δύναμη, αυτή θα είναι παράλληλη προς ορισμένες ίνες του περιρριζίου και κάθετη σε άλλες. Έτσι δημιουργούνται περιοχές περισσότερο ή λιγότερο ανθεκτικές προς την εφαρμοζόμενη δύναμη, το περιρρίζιο γίνεται πάλι ανομοιογενές. Οι περιοχές ανομοιογένειας και η εκάστοτε θέση του κέντρου αντίστασης θα εξαρτώνται από την κατεύθυνση της δύναμης.

Αν προσθέσουμε στα παραπάνω και το γεγονός ότι το φατνιακό οστόν μπορεί να κάμπτεται με την άσκηση ορθοδοντικών δυνάμεων, γίνεται εμφανές ότι η θέση του κέντρου αντίστασης είναι, δυναμικώς τουλάχιστον, αρκετά ευμετάβλητη.

Στενά εξαρτώμενη από το κέντρο αντίστασης είναι η έννοια του κέντρου περιστροφής. Όταν η δύναμη που ασκείται στο δόντι δεν διέρχεται από το κέντρο αντίστασης, τότε το δόντι θα περιστραφεί. Το σημείο περιστροφής λέγεται κέντρο περιστροφής και η θέση του εξαρτάται, εκτός από τη θέση του κέντρου αντίστασης, και από την απόσταση μεταξύ του σημείου εφαρμογής της δύναμης και του κέντρου αντίστασης.

Όταν η δύναμη ασκείται στο κέντρο αντίστασης, το κέντρο περιστροφής είναι στο άπειρο, συμβαίνει, δηλαδή, παράλληλη μετακίνηση. Όταν μετακινήσουμε τη δύναμη προς τη μύλη του δοντιού το κέντρο περιστροφής θα πλησιάσει από το άπειρο προς τη ρίζα. Αρχικά θα είναι εκτός της ρίζας, μετά θα φτάσει το ακρορρίζιο (εδώ θα έχουμε αυτό που λέγεται “ελεγχόμενη απόκλιση”) και μετά θα είναι στο ακρορριζικό τμήμα της ρίζας, όπου θα γίνει απόκλιση του δοντιού.

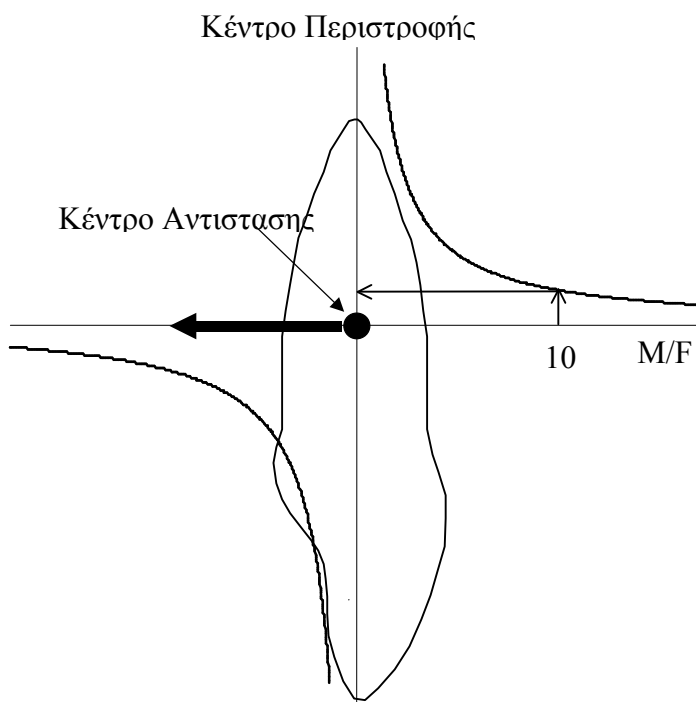
Πότε το κέντρο περιστροφής θα συμπίσει με το κέντρο αντίστασης; Όταν το κέντρο περιστροφής είναι στη θέση του κέντρου αντίστασης, τότε το κέντρο αντίστασης δεν θα μετακινηθεί καθόλου καθώς το δόντι θα περιστρέφεται. Επομένως δεν απαιτείται καμμία δύναμη για τη μετακίνηση αυτή. Χρειάζεται μόνο μια ροπή ζεύγους. Στην περίπτωση αυτή, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η δύναμη που ασκούμε είναι μηδενικής έντασης και εφαρμόζεται σε άπειρη απόσταση από το δόντι.

Στην κλινική πράξη, δεν είναι εφικτό να μετακινούμε το σημείο εφαρμογής της ορθοδοντικής δύναμης από το άπειρο στο κέντρο αντίστασης για να ελέγχουμε το είδος της οδοντικής μετακίνησης. Η δύναμη εφαρμόζεται σχεδόν πάντα στο άγκιστρο του δοντιού. Μπορούμε, όμως, να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο μεταφοράς μιας δύναμης καθέτως προς τη διεύθυνσή της με την εφαρμογή μιας ροπής. Με τον τρόπο αυτό, το πραγματικό σημείο εφαρμογής της δύναμης παραμένει σταθερό, η ουσιαστική, όμως, θέση του μεταβάλλεται ανάλογα με το μέγεθος της ροπής. Η ουσιαστική θέση του σημείου εφαρμογής της δύναμης δίδεται από το σχετικό μέγεθος της ροπής και της δύναμης. Εφόσον η ροπή που απαιτείται για να μεταφερθεί μια δύναμη κατά απόσταση  $d$  είναι  $F \cdot d$ , ο λόγος της ροπής προς τη δύναμη ( $F \cdot d / F$ ) θα ισούται με την απόσταση που μας ενδιαφέρει.

Αν, για παράδειγμα, το άγκιστρο απέχει 10 χιλιοστά από το κέντρο αντίστασης, παράλληλη μετακίνηση του δοντιού θα επιτευχθεί όταν ο λόγος ροπής προς δύναμη είναι ίσος με 10 χιλιοστά. Έτσι, αν η δύναμη είναι 1Nt, η ροπή πρέπει να είναι 0.01Nt.m. Σε περίπτωση που επιδιώκουμε απόκλιση του δοντιού, το σημείο περιστροφής πρέπει να είναι μεταξύ του κέντρου αντίστασης και του ακρορριζίου, άρα ο λόγος ροπής προς δύναμη πρέπει να είναι μικρότερος από 10 χιλιοστά. Αντίθετα, αν επιδιώκουμε στρέψη του δοντιού (torque), ο λόγος πρέπει να είναι μεγαλύτερος. Και για περιστροφή γύρω από το κέντρο αντίστασης θα πρέπει ο

λόγος ροπής - δύναμης να είναι ίσος με άπειρο, δηλαδή, πρακτικά η δύναμη να είναι μηδενική και να εφαρμόζεται μόνο μια ροπή ζεύγους.

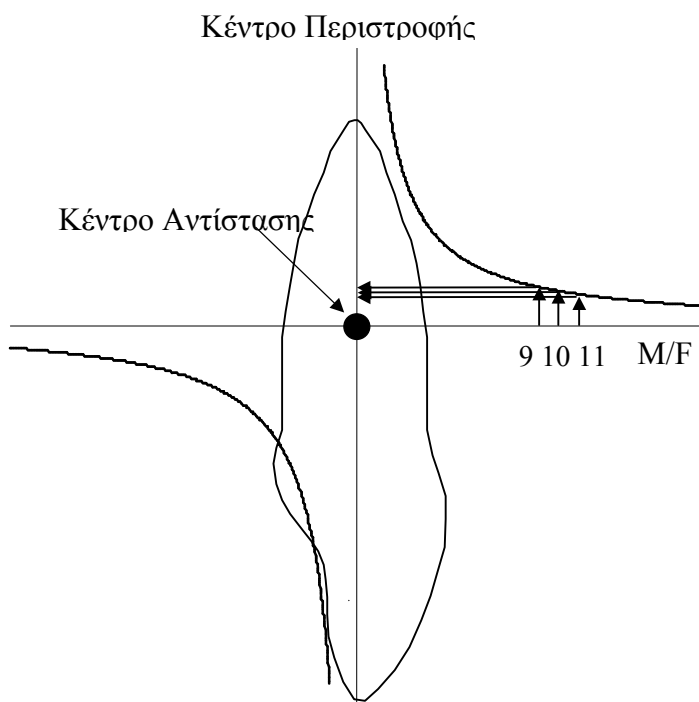
Η παρακάτω γραφική παράσταση δείχνει τη σχέση μεταξύ του λόγου ροπής προς δύναμη ( $M/F$ ) και της θέσης του κέντρου περιστροφής. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο λόγος ροπής - δύναμης. Ο κατακόρυφος άξονας δείχνει την απόσταση του κέντρου περιστροφής από το κέντρο αντίστασης. Εδώ θεωρούμε ότι η δύναμη ασκείται στο κέντρο αντίστασης, όπως φαίνεται με το παχύ βέλος, και όχι στο άγκιστρο στη μύλη του δοντιού.



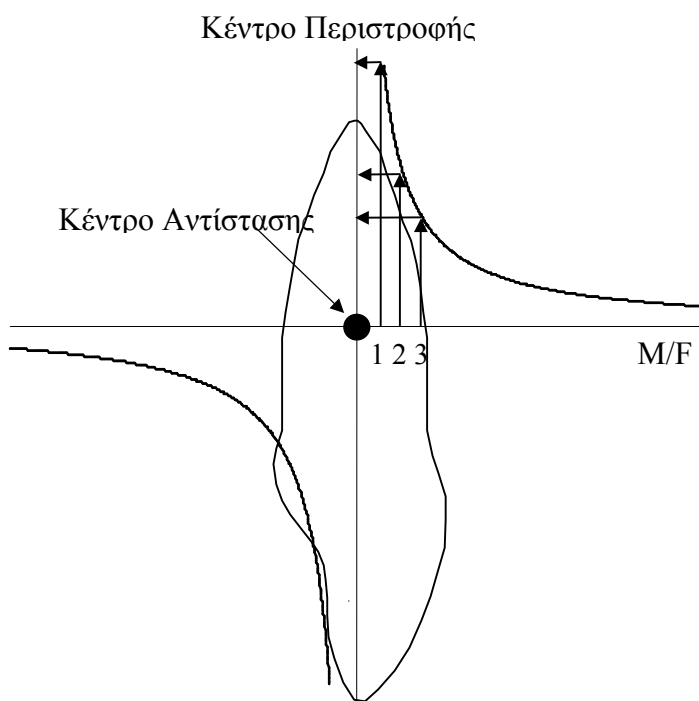
Για να βρούμε τη θέση του κέντρου περιστροφής επιλέγουμε το λόγο ροπής - δύναμης στον οριζόντιο άξονα. Για παράδειγμα, 10 χιλιοστά. Μετά φέρνουμε κάθετη γραμμή από το σημείο αυτό, μέχρι να συναντήσει μια από τις καμπύλες. Από το σημείο αυτό φέρνουμε οριζόντια γραμμή μέχρι τον κατακόρυφο άξονα. Εκεί διαβάζουμε τη θέση του κέντρου περιστροφής. Το δόντι έχει σχεδιαστεί ώστε να φαίνεται αμέσως που περίπου θα είναι το κέντρο περιστροφής.

Στο παράδειγμα των 10 χιλιοστών το κέντρο περιστροφής βρίσκεται πολύ κοντά στο κέντρο αντίστασης, άρα το δόντι θα αποκλίνει γύρω από το σημείο αυτό, κάπου στο μέσον της ρίζας. Η απόκλιση αυτή θα συμβεί όταν το ουσιαστικό σημείο εφαρμογής της δύναμης βρίσκεται 10 χιλιοστά από το κέντρο αντίστασης, δηλαδή, σε κάποιο σημείο της μύλης του δοντιού.

Το παραπάνω σχεδιάγραμμα έχει ενδιαφέρον γιατί δείχνει ότι σε ορισμένες περιοχές υπάρχει μεγάλη ευαισθησία στη θέση του κέντρου περιστροφής σε σχέση με το λόγο  $M/F$ , ενώ σε άλλες πολύ μικρή. Αν κάνουμε λάθος και δεν εφαρμόσουμε σύστημα δυνάμεων με  $M/F$  ακριβώς 10 χιλιοστά, δεν έχει μεγάλη σημασία, γιατί η θέση του κέντρου περιστροφής δεν θα αλλάξει σημαντικά. Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται ότι η μεταβολή του λόγου  $M/F$  από 9 μέχρι 11 χιλιοστά, θα επηρεάσει ελάχιστα τη θέση του κέντρου περιστροφής.



Αντίθετα, στην περίπτωση που επιδιώκουμε το κέντρο περιστροφής να είναι κοντά στο ακρορρίζιο του δοντιού, βλέπουμε ότι παρόμοιο σφάλμα στο λόγο M/F επιφέρει μεγάλη μεταβολή στη θέση του κέντρου περιστροφής:



Στα παραπάνω διαγράμματα θεωρήσαμε ότι η δύναμη που εφαρμόζουμε ασκείται στη θέση του κέντρου αντίστασης. Στην πράξη αυτό επιτυγχάνεται αν ασκήσουμε τη δύναμη στη μύλη και συγχρόνως ασκήσουμε και την κατάλληλη ροπή που θα “μεταφέρει” τη δύναμη αυτή στο ύψος του κέντρου αντίστασης. Σε τέτοια περίπτωση το σχεδιάγραμμα που κάναμε

πρέπει να τροποποιηθεί ώστε να λαμβάνεται υπόψη και αυτή η επιπλέον ροπή στο λόγο  $M/F$ . Η επιπλέον ροπή θα είναι αρνητική, θα έχει φορά αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Για να την συνυπολογίσουμε στο σχεδιάγραμμα, θα μεταφέρουμε τις καμπύλες προς τα αριστερά κατά απόσταση ίση προς την απόσταση της δύναμης από το κέντρο αντίστασης. Έτσι, παράλληλη μετακίνηση θα επιτυγχάνεται με λόγο  $M/F$  ίσο με  $-10$  χιλιοστά (για παράδειγμα) και όχι μηδέν. Περιστροφή γύρω από το ακρορρίζιο θα απαιτεί λόγο  $M/F$   $2-10=-8$  χιλιοστά αντί  $2$ , ενώ για περιστροφή γύρω από το κέντρο περίπου της ρίζας θα θέλουμε  $10-10=0$  χιλιοστά.

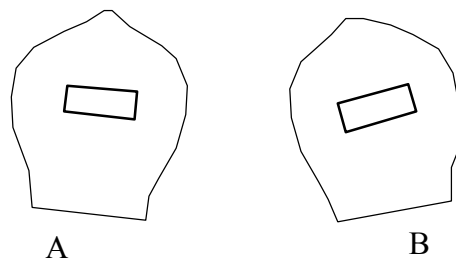
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΤΕΤΑΡΤΟ

### *Θέση του κέντρου αντίστασης - Στατικά καθορισμένα και μη συστήματα - Δυνάμεις από συνεχόμενο τόξο - Κάμψεις 'ν' και 'step'*

Στο προηγούμενο κεφάλαιο συζητήθηκε εκτενώς η έννοια του κέντρου αντίστασης. Στην κλινική πράξη, όμως, τοποθετούμε συνήθως ένα ελαστικό τόξο και το προσδένουμε στα άγκιστρα των δοντιών. Το τόξο παραμορφώνεται μεταξύ των δοντιών, αναπτύσσοντας δυνάμεις που θα συμπαρασύρουν τα δόντια μέχρι το τόξο να αποκτήσει το αρχικό του σχήμα και τα δόντια να ευθυστούν. Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται λίγο μας ενδιαφέρουν, αρκεί να βρίσκονται μέσα στα βιολογικώς αποδεκτά όρια. Η ακριβής τους κατεύθυνση και ένταση είναι μικρής σημασίας γιατί το τελικό αποτέλεσμα θα είναι πάντα το ίδιο, ευθυασμένα δόντια. Ο τρόπος αυτός χρησιμοποιείται καθημερινά από τους περισσότερους ορθοδοντικούς και δεν απαιτεί γνώση ούτε καν της έννοιας του κέντρου αντίστασης. Γιατί, λοιπόν, μας ενδιαφέρει τόσο πολύ η θέση του κέντρου αντίστασης;

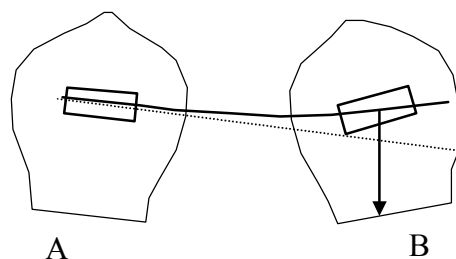
Η τεχνική του συνεχούς τόξου που περιγράφει η προηγούμενη παράγραφος θα συζητηθεί λεπτομερώς αργότερα, όπου θα δούμε ότι αυτή η απλοϊκή περιγραφή είναι λανθασμένη και παραλείπει σημαντικά προβλήματα. Ένας άλλος τρόπος διευθέτησης δοντιών είναι με την εφαρμογή προσεκτικά υπολογισμένων δυνάμεων, οι οποίες θα προκαλέσουν τις επιθυμητές μετακινήσεις. Για την τεχνική αυτή είναι απαραίτητο να καθορίσουμε πρώτα ποια είναι η μετακίνηση που επιθυμούμε, μετά να υπολογίσουμε το σύστημα δυνάμεων και ροπών που θα προκαλέσει τη μετακίνηση αυτή και μετά να σχεδιάσουμε ορθοδοντικά μηχανήματα που θα μας δώσουν τις ζητούμενες δυνάμεις. Για τον υπολογισμό των δυνάμεων είναι προφανής και απαραίτητη η γνώση της θέσης του κέντρου αντίστασης.

Ας ξεκινήσουμε, λοιπόν, με το απλούστερο σύστημα, δύο δόντια σε δύο διαστάσεις.

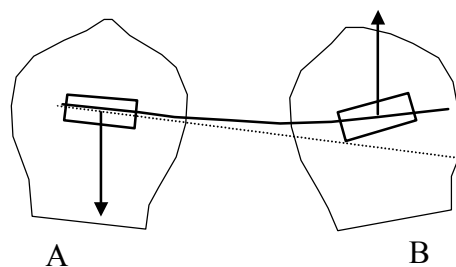


Ας θεωρήσουμε ότι τοποθετούμε ένα ευθύ ελαστικό σύρμα από το ένα άγκιστρο στο άλλο. Ποιες δυνάμεις και ροπές ασκούνται από το σύρμα στα δόντια; Θα ακολουθήσουμε τη μέθοδο που χρησιμοποιείται συνήθως στην κλινική πράξη. Τοποθετούμε το σύρμα στο ένα δόντι και προσπαθούμε να φανταστούμε τις δυνάμεις που θα ασκεί στα δόντια όταν “ενεργοποιηθεί” και προσδεθεί στο δεύτερο δόντι. Όσοι δεν ξέρουν εκ των προτέρων που θα καταλήξει αυτή η άσκηση, είναι ενδιαφέρον να προσπαθήσουν τώρα μόνοι τους να υπολογίσουν τις δυνάμεις που αναπτύσσονται, ή να ψάξουν να βρουν το λάθος στην περιγραφή που ακολουθεί.

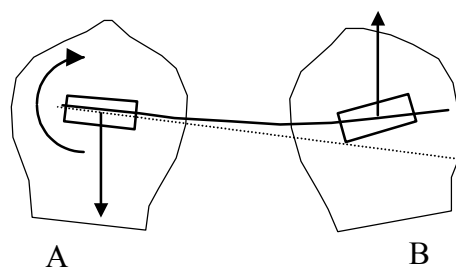
Ας τοποθετήσουμε, λοιπόν, το σύρμα στο δόντι A. Το ελεύθερο άκρο του θα φτάνει πιο χαμηλά από το άγκιστρο του δοντιού B. Άρα, όταν το σηκώσουμε στο ύψος του αγκίστρου, θα ασκεί μια δύναμη εμβύθισης στο B.



Στο δόντι A η δύναμη πρέπει να είναι δύναμη υπερέκφυσης, γιατί όταν σηκώσουμε το σύρμα, σηκώνουμε και το δόντι. Το ίδιο, βεβαίως προκύπτει και από τη στατική ισορροπία του σύρματος. Στο σύρμα ασκείται μια δύναμη από το δόντι B προς τα επάνω. Άρα, για να υπάρχει ισορροπία, θα πρέπει να ασκείται και μια δύναμη προς τα κάτω. Αυτή θα ασκείται από το δόντι A, αφού το σύρμα δεν στηρίζεται πουθενά αλλού. Έτσι, οι δυνάμεις θα είναι όπως φαίνονται στο σχήμα:

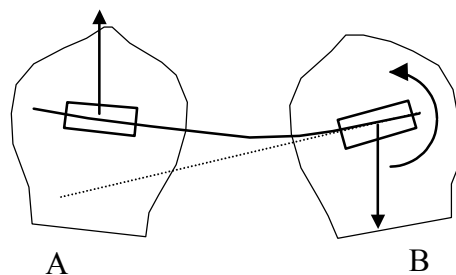


Οι δυνάμεις αυτές δεν είναι αρκετές για στατική ισορροπία. Απαιτείται και μια ροπή ζεύγους για να εξουδετερωθεί η ροπή που δημιουργούν οι δύο δυνάμεις. Και αυτή πρέπει να ασκείται από το δόντι A. Αυτό προκύπτει γιατί, όταν σηκώσουμε το σύρμα για να το τοποθετήσουμε στο άγκιστρο του B, τότε θα δημιουργεί και ροπή που θα τείνει να ανορθώσει το δόντι A. Επομένως, στο σύρμα ενεργούν αυτές οι δυνάμεις και ροπές. Στα δόντια θα είναι ίδιες αλλά με αντίθετη φορά (νόμος δράσης - αντίδρασης).

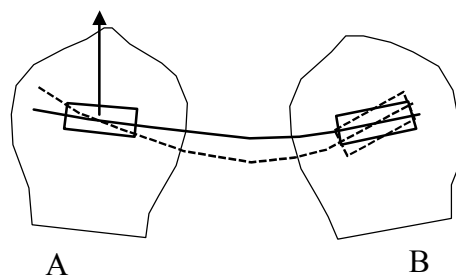


Η διαδικασία αυτή φαίνεται εκ πρώτης όψεως απολύτως σωστή. Ας την επαναλάβουμε (πιο περιληπτικά) ξεκινώντας, όμως, από το δόντι B. Τοποθετούμε το σύρμα στο δόντι B. Επειδή εκτείνεται χαμηλότερα από το άγκιστρο του A, χρειάζεται μια δύναμη προς τα επάνω για να το φέρει στο επίπεδο του αγκίστρου. Άρα, το δόντι A ασκεί μια μασητική δύναμη στο σύρμα, και, για την επίτευξη ισορροπίας, το δόντι B πρέπει να ασκεί μία αυχενική δύναμη στο

σύρμα, καθώς και μία ροπή ζεύγους. Συγκρίνετε τις δυνάμεις και ροπές που μόλις υπολογίσαμε με αυτές που υπολογίσαμε προηγουμένως.



Που οφείλεται το αντίθετο αποτέλεσμα; Το πρόβλημα προκύπτει επειδή στη σκέψη μας κάναμε ορισμένες παραδοχές που στην πραγματικότητα δεν ισχύουν. Ας ξαναδούμε το πρόβλημα με περισσότερη λεπτομέρεια. Να υποθέσουμε πρώτα ότι το σύρμα είναι τέτοιας διαμέτρου που γεμίζει τελείως την εγκοπή του αγκίστρου. Το προσδένουμε στο άγκιστρο B και το ανασηκώνουμε μέχρι να έρθει στο επίπεδο του αγκίστρου A, όπως προηγουμένως. Εδώ βρίσκεται το σημείο του σφάλματος. Τι μας διαβεβαιώνει ότι η κλίση του σύρματος και η κλίση του αγκίστρου είναι ίδιες, ώστε το σύρμα να εισέλθει στο άγκιστρο χωρίς παραμόρφωση; Προσέξτε ότι η κλίση του σύρματος στο άγκιστρο A εξαρτάται από την κλίση του αγκίστρου B.

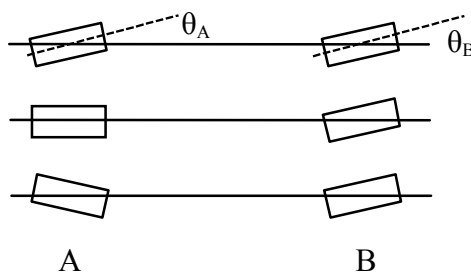


Η δύναμη που ασκούμε για να ανέβει το σύρμα στο σωστό επίπεδο δεν αρκεί. Θα χρειαστούμε ίσως και άλλες δυνάμεις ή ροπές για να αποκτήσει και τη σωστή κλίση που θα το επιτρέψει να μπει στο άγκιστρο. Αλλά πως θα τις υπολογίσουμε αυτές; Δυστυχώς δεν υπολογίζονται από τις απλές εξισώσεις της στατικής ισορροπίας. Γι' αυτό και το σύστημα αυτό λέγεται στατικώς μη καθορισμένο. Μπορούν όμως να υπολογιστούν αν λάβουμε υπ' όψη μας και την παραμόρφωση του σύρματος. Χρειάζονται όμως λίγο περισσότερα μαθηματικά. Ευτυχώς η πολύ δουλειά έχει γίνει από άλλους (Burstone και Koenig, 1974, αλλά βλέπε και το Συμπλήρωμα), έτσι μπορούμε να δούμε κατευθείαν τα αποτελέσματα. Προηγουμένως, ας αναλύσουμε ένα απλούστερο σύστημα που είναι στατικώς καθορισμένο. Αυτό θα προκύψει αν δεν τοποθετήσουμε το σύρμα μέσα στην εγκοπή του αγκίστρου στο δόντι A, αλλά απλώς το δέσουμε στο άγκιστρο με μια πρόσδεση. Οι δυνάμεις θα είναι όπως ακριβώς σχεδιάστηκαν προηγουμένως. Στο δόντι A θα ασκείται δύναμη εμπύθισης ενώ στο B θα ασκείται μια ροπή και μια δύναμη μασητική.

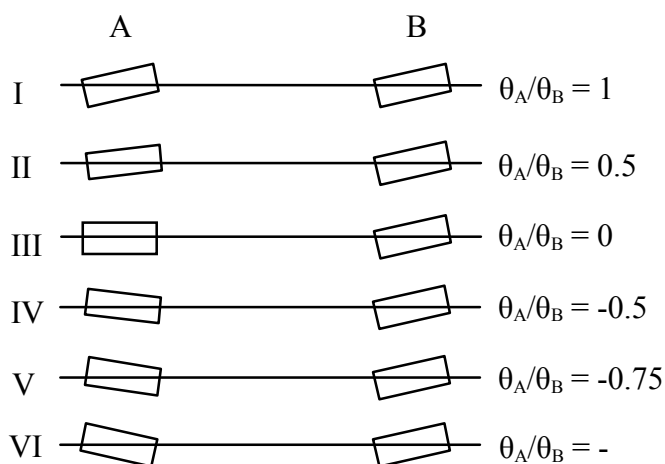
Το μέγεθος των δυνάμεων μπορεί να μετρηθεί κλινικά με δυναμόμετρο. Μετρούμε πόση δύναμη χρειάζεται για να ανεβεί το σύρμα στο επίπεδο που θα προσδεθεί στο δόντι A. Αυτή η δύναμη θα ασκείται στα δύο δόντια (με αντίθετη, βέβαια, φορά). Η ροπή υπολογίζεται

αν μετρήσουμε την απόσταση μεταξύ των αγκίστρων. Εφόσον οι δυνάμεις είναι σχεδόν κάθετες στην ευθεία που συνδέει τα δύο δόντια, η ροπή ζεύγους που δημιουργούν θα ισούται με την απόσταση επί το μέγεθος της δύναμης. Ο ακριβής προσδιορισμός των δυνάμεων και ροπών μπορεί να γίνει με τον τρόπο αυτό μόνο αν το σύστημα είναι στατικά καθορισμένο. Στην ορθοδοντική πράξη, αν το σύρμα τοποθετείται μέσα σε εγκοπή αγκίστρου ή σωληνίσκου και στα δύο άκρα, τότε δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε αυτή τη μέθοδο γιατί το σύστημα δεν είναι καθορισμένο. Αν, όμως, το σύρμα απλώς προσδένεται στο ένα του άκρο, χωρίς να τοποθετηθεί μέσα στην εγκοπή, τότε το δυναμόμετρο και ο χάρακας μπορούν να δώσουν τις ζητούμενες τιμές.

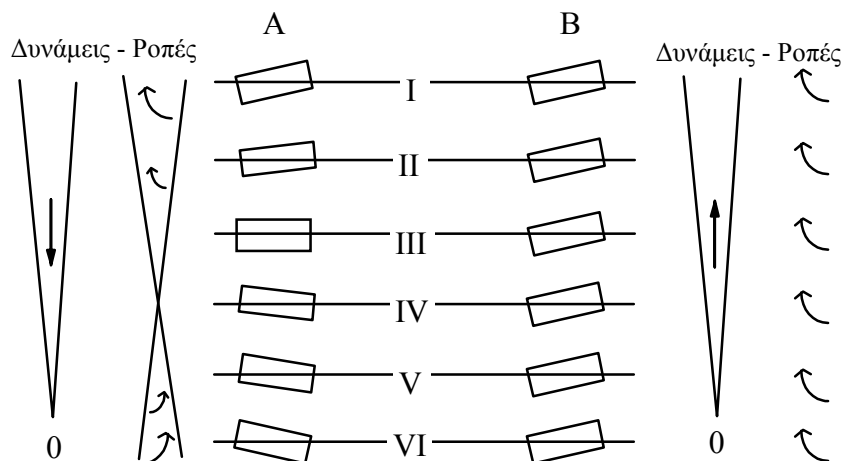
Πώς θα βρούμε τις δυνάμεις σε στατικά μη καθορισμένο σύστημα; Η θεωρία λειοί ότι η κατεύθυνση και φορά των δυνάμεων και των ροπών δεν εξαρτάται ούτε από την απόσταση μεταξύ των δοντιών, ούτε από το μέγεθος του σύρματος, ούτε από την κλίση των αγκίστρων (πάντα θεωρητικώς και με την προϋπόθεση ότι οι αποκλίσεις των δοντιών ή των αγκίστρων είναι σχετικά μικρές, ότι δεν υπερβαίνουμε το όριο ελαστικότητας του σύρματος και ότι δεν υπάρχει τριβή). Η κατεύθυνση και φορά των δυνάμεων και των ροπών εξαρτάται μόνο από τη σχετική κλίση των αγκίστρων μεταξύ τους (η ένταση των ροπών και δυνάμεων εξαρτάται και από άλλους παράγοντες, όπως η απόσταση μεταξύ των δοντιών, η διατομή του σύρματος, και το υλικό του σύρματος). Π.χ., αν το ένα άγκιστρο έχει κλίση 4 μοίρες και το άλλο 8, οι δυνάμεις και ροπές θα είναι της ίδιας φοράς με το αν το ένα άγκιστρο έχει 5 μοίρες κλίση και το άλλο 10. Σημασία έχει μόνο ο λόγος των αποκλίσεων σε σχέση με την ευθεία που συνδέει τα δύο άγκιστρα μεταξύ τους. Μερικές περιπτώσεις που μπορεί να έχουμε είναι αυτές:



Στην πρώτη, η κλίση στο A είναι  $\theta_A$  και στο B είναι  $\theta_B$ , όπου  $\theta_A = \theta_B$ . Ο λόγος των κλίσεων είναι επομένως 1. Στη δεύτερη περίπτωση ο λόγος είναι μηδέν και στην τρίτη είναι -1. Όλες οι περιπτώσεις που χρειάζεται να εξετάσουμε βρίσκονται μεταξύ της πρώτης και της τρίτης. Οι δυνάμεις και ροπές μεταβάλλονται ομαλά καθώς αλλάζει ο λόγος  $\theta_A/\theta_B$ . Αρκεί λοιπόν να περιγράψουμε ορισμένες βασικές περιπτώσεις όπου οι δυνάμεις και οι ροπές λαμβάνουν ακραίες ή μηδενικές τιμές. Έξι είναι αρκετές:

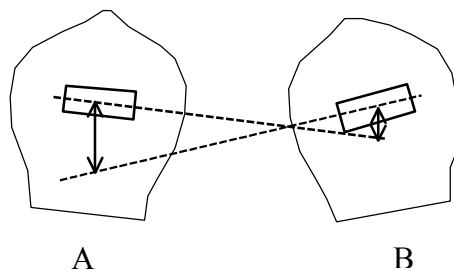


Οι δυνάμεις και ροπές στα δύο άγκιστρα φαίνονται εδώ:

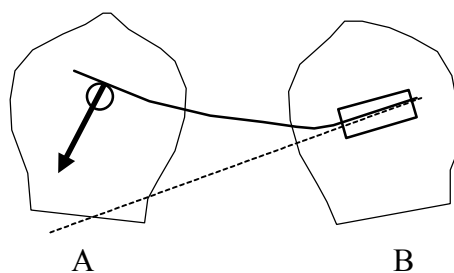


Η φορά των δυνάμεων και ροπών είναι σχεδιασμένη όπως αυτές ασκούνται στα δόντια και όχι στο σύρμα. Η δύναμη στο δόντι B είναι πάντα δύναμη υπερέκφυσης ενώ στο δόντι A είναι πάντα δύναμη εμβύθισης. Οι δυνάμεις ελαττώνονται σε μέγεθος καθώς ο λόγος των κλίσεων πλησιάζει το  $-1$ , έως ότου, στην περίπτωση VI, μηδενίζονται. Η “γεωμετρία” αυτή είναι η μόνη όπου δεν ασκείται καμία δύναμη αλλά μόνο ίσες και αντίθετες ροπές. Ίσες ροπές και με την ίδια κατεύθυνση ασκούνται στην περίπτωση I, ενώ στην περίπτωση IV δεν ασκείται ροπή στο δόντι A, παρ’όλο που η κλίση του αγκίστρου στο δόντι A δεν είναι μηδενική, όπως ίσως θα περίμενε κανείς. Στην περίπτωση της γεωμετρίας IV, όταν βάλουμε το σύρμα στο δόντι B και το ανεβάσουμε στο επίπεδο του αγκίστρου A, το σύρμα θα έχει κάποια κλίση. Αυτή συμβαίνει να είναι η μισή κλίση αυτής που έχει το άγκιστρο B. Άρα το σύρμα θα μπει στην εγκοπή του αγκίστρου A χωρίς άλλη προσπάθεια και θα ασκεί μόνο δύναμη και όχι ροπή.

Στην κλινική πράξη ο διαχωρισμός των διαφόρων γεωμετριών μεταξύ τους γίνεται θεωρητικά με μοιρογνωμόνιο. Επειδή, όμως, αυτό δεν είναι πρακτικό, μπορούμε να τοποθετήσουμε το σύρμα διαδοχικά σε κάθε άγκιστρο και να δούμε την απόσταση του άλλου αγκίστρου από το σύρμα. Από τις αποστάσεις μπορεί κανείς να κρίνει το είδος της γεωμετρίας που θα σχηματιστεί:



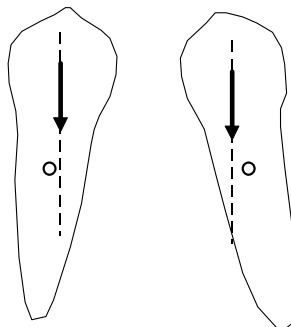
Στο παραπάνω σχήμα μοιάζει με γεωμετρία IV γιατί η μία απόσταση φαίνεται η διπλή της άλλης. Αλλά έστω και λίγο λάθος να γίνει, μπορεί οι δυνάμεις να είναι διαφορετικές. Οι διαφορές από τη μια γεωμετρία στην άλλη δεν είναι και τόσο μεγάλες. Και η κατάσταση περιπλέκεται όταν έχουμε τριβή, όταν έχουμε μικρότερο σύρμα από την εγκοπή του αγκίστρου ή όταν η κλίση των δοντιών είναι πολύ μεγάλη. Έως τώρα υποθέσαμε ότι οι κλίσεις των δοντιών είναι μικρές και έτσι μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι δυνάμεις ασκούνται κάθετα στον διαγκιστρικό άξονα. Αυτό δεν ισχύει αν οι κλίσεις είναι μεγάλες. Σ' αυτό το στατικά καθορισμένο σύστημα χωρίς τριβή, είναι εμφανές ότι η δύναμη στο δόντι A έχει και οριζόντια συνιστώσα:



Επομένως, όταν τοποθετήσουμε το αρχικό μας σύρμα, που διέρχεται από όλα τα άγκιστρα, με σκοπό την επιπέδωση και τον ευθυσμό του τόξου, δεν είναι δυνατόν να γνωρίζουμε με ακρίβεια τι δυνάμεις θα ασκηθούν αρχικά στα δόντια. Η κατάσταση περιπλέκεται ακόμη περισσότερο αν σκεφτούμε ότι οι γεωμετρικές σχέσεις μεταξύ των αγκίστρων αλλάζουν δυναμικά με τη μετακίνηση των δοντιών. Ας υποθέσουμε ότι το δόντι B είναι γομφίος, το δόντι A προγόμφιος και ξεκινάμε με γεωμετρία VI, η οποία απαιτεί ίσες και αντίθετες ροπές και μηδενικές δυνάμεις. Θεωρώντας ότι ο γομφίος θα μετακινηθεί με βραδύτερο ρυθμό λόγω της αυξημένης του στήριξης, είναι εμφανές ότι η απόκλιση των δύο αγκίστρων θα μεταβληθεί επίσης με διαφορετικό ρυθμό, με αποτέλεσμα η γεωμετρία να μεταβληθεί πιθανόν σε V. Τότε θα αρχίσουν να ασκούνται και δυνάμεις, οι οποίες θα μεταβάλουν περαιτέρω την κατάσταση. Κάθε αλλαγή της θέσης των δοντιών θα αλλάζει τις δυνάμεις, που με τη σειρά τους θα προκαλούν άλλου είδους μετακινήσεις.

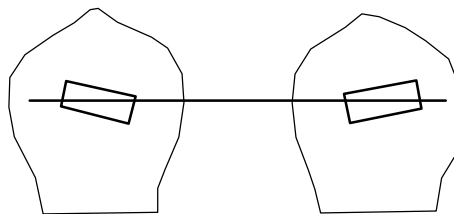
Αυτό είναι ένα από τα μειονεκτήματα της τεχνικής του συνεχούς τόξου. Στην τεχνική αυτή δεν ξέρουμε ούτε τις αρχικές δυνάμεις που ασκούνται στα δόντια, αλλά και ούτε αυτές που αναπτύσσονται κατά τη διάρκεια των μετακινήσεων. Έτσι έχουμε πολλές πιθανότητες να έχουμε και ανεπιθύμητες δυνάμεις ως προς τη φορά και ένταση, αλλά και παλινδρομήσεις των δοντιών μέχρι αυτά να λάβουν την τελική τους θέση. Επίσης, παρόλο που είμαστε σχετικά βέβαιοι ότι τα δόντια τελικώς θα ευθυσαστούν και θα αποτελούν ένα καλά διαμορφωμένο οδοντικό τόξο, η θέση του οδοντικού τόξου στο χώρο μπορεί να μην είναι η επιθυμητή. Το θέμα αυτό θα αναλυθεί αργότερα. Για την ώρα πρέπει να εξεταστεί περισσότερο το σύστημα

των δύο δοντιών, και ειδικά το θέμα του σημείου εφαρμογής των δυνάμεων. Οι δυνάμεις που υπολογίζονται βάσει των γεωμετρικών σχέσεων των αγκίστρων ασκούνται στο άγκιστρο. Για να καθορίσουμε τη μετακίνηση του δοντιού θα πρέπει να εξετάσουμε και τη θέση του κέντρου αντίστασης. Για παράδειγμα, στα δύο δόντια στο παρακάτω σχήμα, ασκούνται ίδιες δυνάμεις. Η μετακίνησή τους δεν θα είναι ίδια.

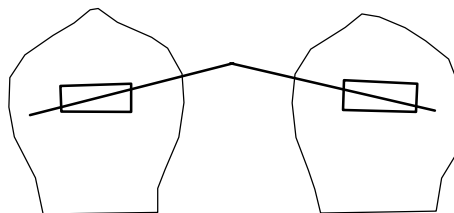


Είναι σαφές ότι και τα δύο θα εμβυθιστούν αλλά το ένα θα αποκλίνει προς τα δεξιά ενώ το άλλο προς τα αριστερά. Αν μεταφέρουμε τις δυνάμεις αυτές στη θέση του κέντρου αντίστασης, η μία θα δώσει δεξιόστροφη ροπή και η άλλη αριστερόστροφη. Επομένως πρέπει να διαχωρίζουμε τις δυνάμεις στο επίπεδο των αγκίστρων από τις δυνάμεις, όπως αυτές τροποποιούνται, όταν μεταφερθούν στο κέντρο αντίστασης. Από αυτές τις τελευταίες είναι αμέσως εμφανής η μελλοντική κίνηση του δοντιού. Στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνει μια πιο λεπτομερής εξέταση των έξι γεωμετριών και πώς αυτές μεταφράζονται στο επίπεδο του κέντρου αντίστασης.

Προηγουμένως είδαμε ότι το σύστημα δυνάμεων που αναπτύσσεται μεταξύ δύο δοντιών εξαρτάται από τη σχετική απόκλιση των αγκίστρων ως προς το διαγκιστρικό άξονα. Στην κλινική ορθοδοντική, τα άγκιστρα τοποθετούνται συνήθως κάθετα ως προς τον επιμήκη άξονα του δοντιού, και έτσι η σχετική απόκλιση των αγκίστρων εξαρτάται άμεσα από την απόκλιση των δοντιών. Κάτι τέτοιο δεν είναι απαραίτητο. Εάν η γεωμετρία που αναπτύσσεται με την καθιερωμένη τοποθέτηση των αγκίστρων δεν είναι η επιθυμητή, θα μπορούσαμε να την τροποποιήσουμε τοποθετώντας τα άγκιστρα σε άλλη θέση. Το παρακάτω σχήμα δείχνει γεωμετρία τύπου VI με κατάλληλη τοποθέτηση των αγκίστρων (αυτή η τεχνική χρησιμοποιείται από ορισμένους για τη συμπλησίαση των ριζών σε περιπτώσεις εξαγωγών):

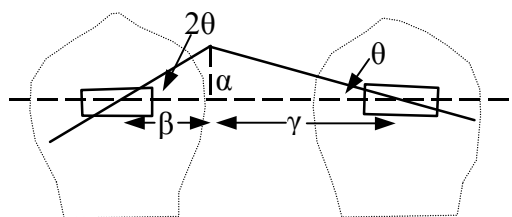


Το καθοριστικό στοιχείο στην ανάπτυξη του συστήματος δυνάμεων στο παραπάνω σχήμα είναι η γωνία που σχηματίζεται μεταξύ του σύρματος και του αγκίστρου σε κάθε δόντι. Δεν είναι, επομένως, δύσκολο να κατανοήσει κανείς, ότι και η παρακάτω διαρρύθμιση θα έχει ακριβώς το ίδιο αποτέλεσμα:



Εάν η κάμψη του σύρματος είναι ακριβώς στη μέση της απόστασης μεταξύ των δύο δοντιών, τότε οι γωνίες μεταξύ σύρματος και αγκίστρων θα είναι ίσες και αντίθετες και θα έχουμε γεωμετρία τύπου VI. Εάν η κάμψη είναι πλησιέστερα σε ένα δόντι, τότε οι γωνίες δεν θα είναι ίσες και η γεωμετρία θα είναι τύπου V ή IV. Οι κάμψεις τύπου 'ν' είναι πολύ επιρρεπείς στην τοποθέτησή τους μεταξύ των δοντιών. Ακόμη και μικρές αλλαγές στη θέση της κορυφής του 'ν' μπορεί να έχει σημαντικές επιπτώσεις στο σύστημα δυνάμεων που αναπτύσσεται.

Μια χαρακτηριστική θέση της κάμψης 'ν' εκείνη που θα δημιουργήσει γεωμετρία τύπου IV, δηλαδή, στο ένα άγκιστρο θα εφαρμόζεται μόνο δύναμη και όχι ροπή. Στη γεωμετρία αυτή, η γωνία μεταξύ του αγκίστρου και του σύρματος στη μία πλευρά πρέπει να είναι διπλάσια της άλλης πλευράς:



Χρησιμοποιώντας τη σχέση της εφαπτομένης έχουμε:

$$\varepsilon\varphi(2\theta) = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\varepsilon\varphi(\theta) = \frac{\alpha}{\gamma}$$

Όταν οι γωνίες είναι μικρές μπορούμε να θεωρήσουμε ότι:

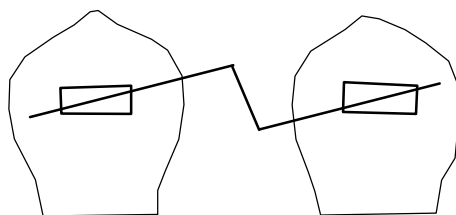
$$\varepsilon\varphi(\theta) \approx \theta \quad (\text{η γωνία είναι σε rad})$$

Άρα:

$$\gamma = 2\beta$$

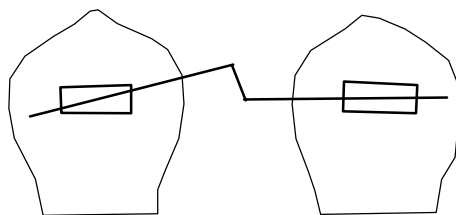
ή, η κάμψη 'ν' βρίσκεται στο ένα τρίτο της απόστασης μεταξύ των δύο αγκίστρων.

Οι κάμψεις τύπου 'ν' μπορούν να δημιουργήσουν σύστημα δυνάμεων των γεωμετριών IV έως VI, γιατί στις γεωμετρίες αυτές οι γωνίες μεταξύ του σύρματος και του αγκίστρου στα δύο δόντια είναι αντίθετες. Εάν επιζητούμε γεωμετρία I, τότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάμψη 'step', όπως φαίνεται εδώ:



Οι κάμπεις τύπου 'step' δεν απαιτούν ακρίβεια στην τοποθέτησή τους, γιατί ακόμη και αν δεν είναι στο κέντρο της απόστασης μεταξύ των δοντιών, οι γωνίες μεταξύ του σύρματος και των ακίστρων εξακολουθούν και παραμένουν περίπου ίσες.

Γεωμετρίες τύπου II ή III πρέπει να δημιουργηθούν με συνδυασμό κάμπσεων 'v' και 'step', όπου το 'σκαλοπάτι' δεν έχει παράλληλα σκέλη:



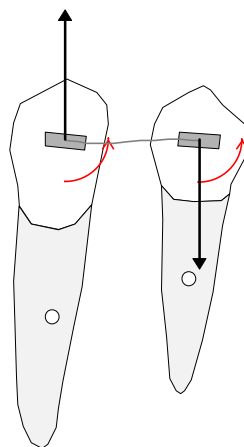
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΠΕΜΠΤΟ

### *Δυνάμεις μεταξύ δύο δοντιών - Μεταφορά στο κέντρο αντίστασης*

Όπως αναφέρθηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η θέση του κέντρου αντίστασης σε σχέση με τα άγκιστρα μπορεί να επηρεάσει τη μετακίνηση του δοντιού. Εάν μεν τα δόντια δεν έχουν αξονική απόκλιση, τότε το κέντρο αντίστασης θα βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το άγκιστρο. Σε τέτοια περίπτωση, και δεδομένου ότι οι δυνάμεις είναι κάθετες στο διαγκιστρικό άξονα και άρα κατακόρυφες, μπορούμε να τις μεταφέρουμε στο κέντρο αντίστασης χωρίς καμμία αλλαγή. Η μετακίνηση του δοντιού θα είναι εκείνη που προβλέπεται από τις δυνάμεις που εφαρμόζονται στο επίπεδο των αγκίστρων. Όταν, όμως, το δόντι έχει κάποια απόκλιση, όπως συνήθως θα συμβαίνει, το σύστημα των δυνάμεων θα τροποποιηθεί με τη μεταφορά του από το άγκιστρο στο κέντρο αντίστασης. Η τροποποίηση έγκειται στην προσθήκη κάποιας ροπής, η οποία θα ισούται με το γινόμενο της δύναμης που ασκείται στο άγκιστρο επί την απόσταση μεταξύ του κέντρου αντίστασης και της διεύθυνσης της δύναμης. Εάν η προστιθέμενη ροπή θα επηρεάσει σημαντικά το σύστημα των δυνάμεων και ροπών εξαρτάται από πολλούς παράγοντες, οι οποίοι θα συζητηθούν με τα παρακάτω παραδείγματα:

Στη γεωμετρία VI, όπου στα άγκιστρα ασκούνται μόνο ροπές και οι δυνάμεις είναι μηδενικές, είναι προφανές ότι η μεταφορά των ροπών στο κέντρο αντίστασης δεν θα δημιουργήσει καμία αλλαγή, αφού οι ροπές είναι ελεύθερα διανύσματα.

Ας εξετάσουμε ένα παράδειγμα γεωμετρίας I.



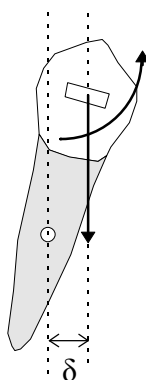
Ας προσπαθήσουμε να μεταφέρουμε τις δυνάμεις στο κέντρο αντίστασης. Στην περίπτωση του κυνόδοντα θα χρειαστεί να προσθέσουμε μια αριστερόστροφη ροπή, η οποία είναι της ίδιας φοράς με αυτήν που ήδη ασκείται από το σύρμα. Επομένως μπορούμε να είμαστε σχετικά βέβαιοι ότι ο κυνόδοντας θα μετακινηθεί μασητικά και θα ανορθωθεί.

Το πρόβλημα είναι στον προγόμφιο. Εκεί, η ροπή που θα προσθέσουμε για να μετακινήσουμε τη δύναμη στο κέντρο αντίστασης είναι αντίθετη από αυτήν που ήδη ασκείται. Το θέμα είναι αν είναι πολύ μικρή, οπότε η κατάσταση δεν θα αλλάξει σημαντικά, ή αν είναι περίπου ίση, ή ακόμη και μεγαλύτερη, οπότε το δόντι μπορεί να αποκλίνει τελείως αντίθετα

από ότι περιμένουμε από τη γεωμετρία του σύρματος. Για να απαντήσουμε χρειαζόμαστε δύο πληροφορίες. Το λόγο ροπής προς δύναμη που μας δίνει το σύρμα, και την κλίση του δοντιού.

Η επίδραση της κλίσης του δοντιού είναι εμφανής. Όσο πιο μεγάλη κλίση έχει ο προγόμφιος, τόσο μεγαλύτερη ροπή πρέπει να προσθέσουμε για τη μεταφορά της δύναμης στο κέντρο αντίστασης, γιατί τόσο περισσότερο απομακρύνεται το κέντρο αντίστασης από την κατακόρυφο που διέρχεται από το άγκιστρο.

Ο άλλος παράγοντας, ο λόγος της ροπής που ασκείται από το σύρμα στο άγκιστρο προς τη δύναμη, δεν δείχνει πόσο μεγαλύτερη είναι η ροπή από τη δύναμη. Όταν διαιρούμε ροπή δια δύναμη έχουμε ως αποτέλεσμα μια απόσταση. Αυτή είναι η απόσταση εκείνη κάθετα προς τη διεύθυνση της δύναμης, στην οποία η δύναμη ασκεί τη δεδομένη ροπή. Ή, για να μεταφέρουμε τη δύναμη κάθετα προς τη διεύθυνσή της κατά την απόσταση αυτή, θα απαιτηθεί ροπή ίση προς τη δεδομένη. Ξανασχεδιάζοντας τον προγόμφοιο:



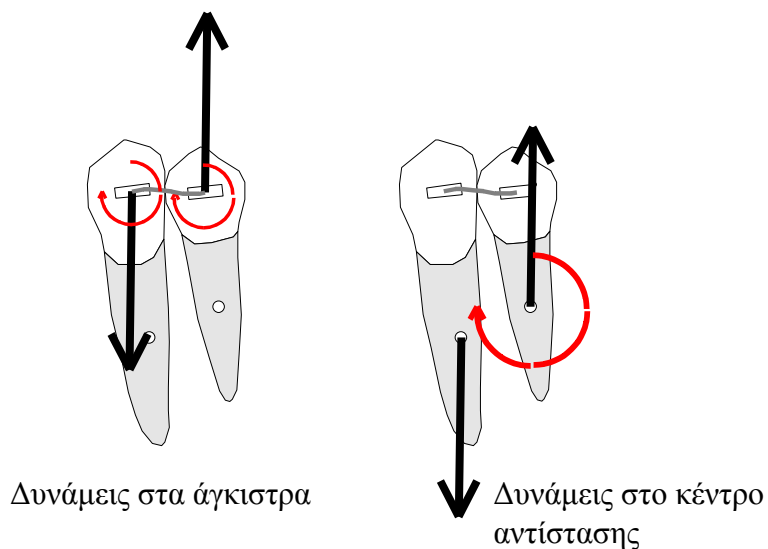
Η δύναμη εφαρμόζεται στα δεξιά του κέντρου αντίστασης, άρα ασκεί μια δεξιόστροφη τάση περιστροφής του δοντιού, που ισούται με τη δύναμη επί την απόσταση  $\delta$ . Αν ο λόγος ροπής προς δύναμη που εφαρμόζει το σύρμα ισούται με  $\delta$ , τότε οι δύο ροπές θα δώσουν άθροισμα μηδέν και το δόντι θα εμβυθιστεί χωρίς να αποκλίνει.

Από τι εξαρτάται ο λόγος ροπής προς δύναμη; Εκτός από το είδος της γεωμετρίας, εξαρτάται και από την απόσταση μεταξύ των αγκίστρων. Όσο μεγαλύτερη είναι η απόσταση, τόσο μεγαλύτερος και ο λόγος. Επομένως, όταν η απόσταση μεταξύ των αγκίστρων είναι μικρή, ο λόγος είναι μικρός, και ακόμη και μικρή απόκλιση του δοντιού θα αρκεί για να υπερισχύσει της ροπής του σύρματος η ροπή που δημιουργείται λόγω της απόστασης της δύναμης από το κέντρο αντίστασης. Όταν, όμως, η απόσταση μεταξύ των δοντιών είναι μεγάλη, η ροπή του σύρματος θα είναι πολύ μεγαλύτερη από τη ροπή λόγω απόκλισης του δοντιού, και μπορούμε να είμαστε περισσότερο σίγουροι ότι από τη γεωμετρία του σύρματος θα προβλέψουμε σωστά τις μετακινήσεις, ανεξάρτητα τυχόν αποκλίσεων των δοντιών.

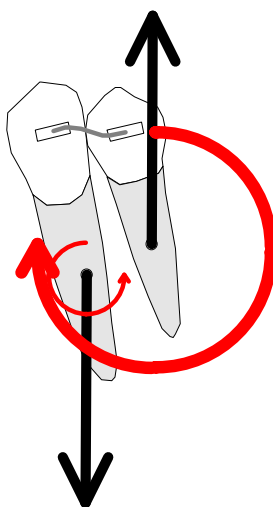
Για κάθε γεωμετρία, εκτός της VI, ο λόγος ροπής προς δύναμη ανά μονάδα μήκους της διαγκιστρικής απόστασης φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Τάξη	$\theta_A/\theta_B$	$M_A/F_A$	$M_B/F_B$
I	1	0.50	-0.50
II	0.5	0.44	-0.56
III	0	0.33	-0.67
IV	-0.5	0.00	-1.00
V	-0.75	-0.67	-1.67

Τα παρακάτω παραδείγματα δείχνουν πόσο έντονες μπορεί να είναι οι αλλαγές του συστήματος των δυνάμεων ακόμη και με μικρές αποκλίσεις δοντιών. Θα θεωρήσουμε πάλι τον κυνόδοντα και τον προγόμφιο στη γεωμετρία I. Πλησιάζοντας τα δόντια μεταξύ τους, μπορεί να υπολογιστεί ότι μόνο 6 μοίρες απόκλιση αρκούν για να μηδενιστεί σχεδόν η ροπή στον κυνόδοντα. Ο λόγος ροπής προς δύναμη εδώ είναι πολύ μικρός, περίπου 2mm, γιατί τα δόντια είναι πολύ κοντά το ένα στο άλλο. Αριστερά φαίνονται οι δυνάμεις που ασκεί το σύρμα στα άγκιστρα και δεξιά οι δυνάμεις, όπως μεταφέρονται στο κέντρο αντίστασης των δοντιών.

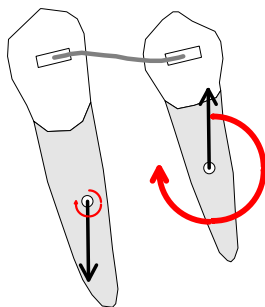


Αν η κλίση των δοντιών είναι μεγαλύτερη, στον κυνόδοντα ασκείται αντίστροφη ροπή:



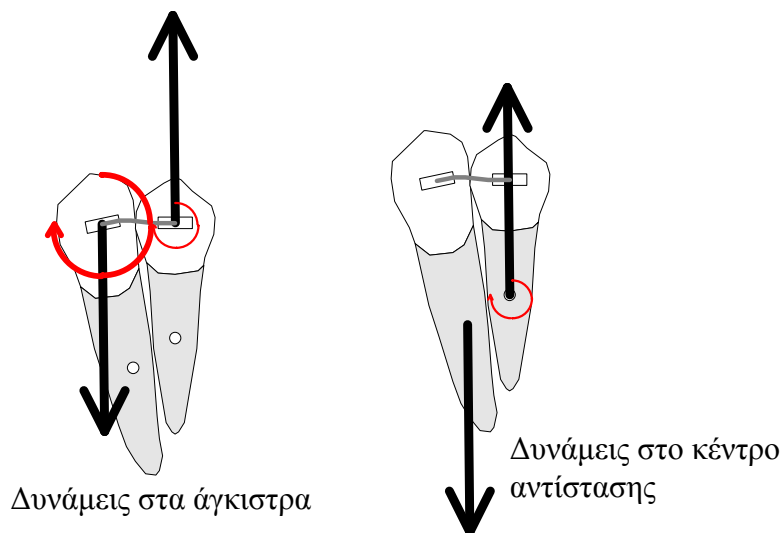
Από το παραπάνω σχήμα φαίνεται ότι ο κυνόδοντας, αντί να ανορθωθεί, θα αποκλίνει περισσότερο, παρόλο που η γεωμετρία στα άγκιστρα είναι I και οι δυνάμεις στα άγκιστρα δείχνουν το αντίθετο. Βεβαίως, αυτές είναι οι αρχικές δυνάμεις και δείχνουν μόνο την αρχική μετακίνηση. Η γεωμετρία μπορεί να αλλάξει καθώς τα δόντια μετακινούνται.

Αν απομακρύνουμε τα δόντια μεταξύ τους, ο λόγος ροπής προς δύναμη αυξάνεται στα 4mm και τώρα οι ροπές έχουν την αναμενόμενη φορά:

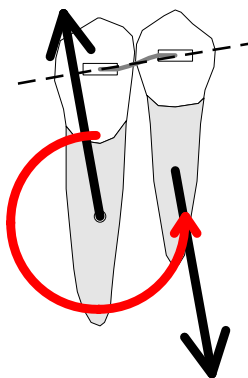


*(έχει αυξηθεί το μέτρο ελαστικότητας του σύρματος για να είναι περισσότερο ευκρινείς οι δυνάμεις)*

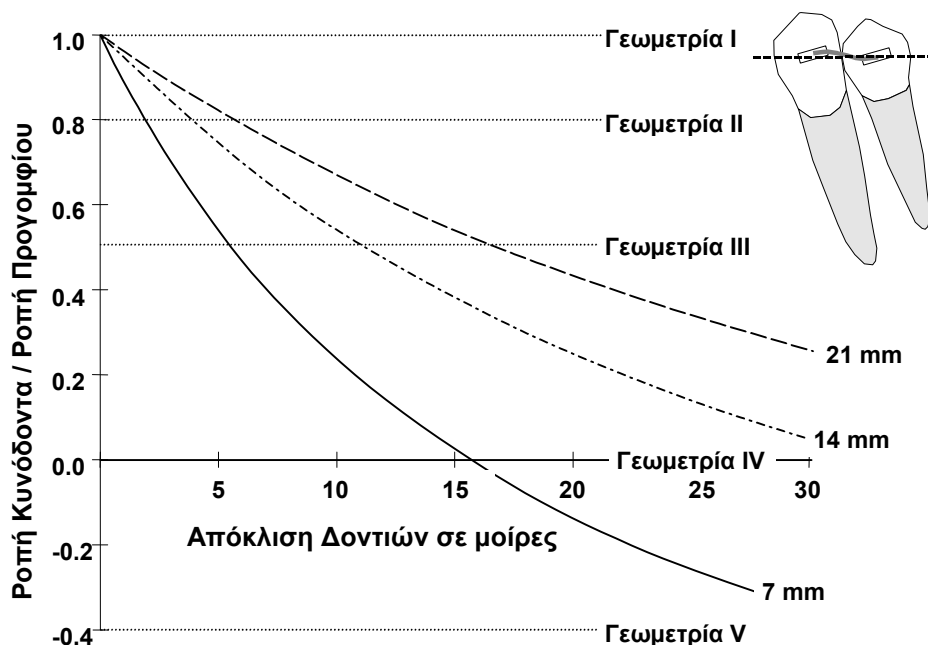
Μπορούμε να δούμε παρόμοια πράγματα και σε άλλες γεωμετρίες. Σε γεωμετρία III θα περίμενε κανείς ότι σημαντική ροπή ανόρθωσης θα εφαρμόζεται στον κυνόδοντα, όπως δείχνουν οι δυνάμεις που ασκούνται στα άγκιστρα. Στην πραγματικότητα, όμως, ο μικρός λόγος ροπής προς δύναμη (περίπου 2mm), εξουδετερώνει τελείως τη ροπή στον κυνόδοντα και παραμένει ροπή μόνο στον προγόμφιο.



Και ένα τελευταίο παράδειγμα σε γεωμετρία I, όπου τα δόντια δεν έχουν καμμία απόκλιση. Η γεωμετρία I δημιουργείται επειδή ο κυνόδοντας είναι σε χαμηλότερο επίπεδο από τον προγόμφιο. Οι δυνάμεις είναι κάθετες στον άξονα που συνδέει τα άγκιστρα. Επειδή ο άξονας αυτός έχει λοξή φορά, ούτε οι δυνάμεις θα είναι κατακόρυφες και επομένως θα δημιουργούν ροπές ως προς το κέντρο αντίστασης.



Οι σημαντικές διαφορές που μπορεί να υπάρχουν μεταξύ του συστήματος δυνάμεων στο επίπεδο των άγκιστρων και του συστήματος δυνάμεων στο επίπεδο του κέντρου αντίστασης φαίνονται διαγραμματικά στο παρακάτω σχήμα. Θεωρούμε ότι ο κυνόδοντας και ο πρώτος προγόμφιος έχουν την ίδια αξονική κλίση δημιουργώντας γεωμετρία τύπου I. Το διάγραμμα δείχνει το λόγο των ροπών που ασκούνται στα δύο δόντια στο κέντρο αντίστασης, σε σχέση με την απόκλιση των δοντιών. Εάν το σύστημα δυνάμεων στο επίπεδο του κέντρου αντίστασης ήταν παρόμοιο με εκείνο που αναπτύσσεται στα άγκιστρα, τότε ο λόγος των ροπών θα ήταν σταθερός και ίσος με 1 (γραμμή «Γεωμετρία I» στο σχήμα). Βλέπουμε, όμως, ότι ο λόγος των ροπών μειώνεται καθώς η απόκλιση των δοντιών αυξάνει.



Αν θεωρήσουμε ότι η απόσταση μεταξύ των άγκιστρων είναι 7 χιλ., τότε το σύστημα δυνάμεων που χαρακτηρίζει τη γεωμετρία I παύει να υφίσταται μόλις τα δόντια αποκλίνουν περισσότερο από 2 μίρες. Στην περίπτωση αυτή, οι δυνάμεις και ροπές που αναπτύσσονται

στο κέντρο αντίστασης είναι της γεωμετρίας II. Σε απόκλιση 6 μοιρών τα δόντια υπόκεινται σε σύστημα δυνάμεων γεωμετρίας III, ενώ με απόκλιση 16 μοιρών το ένα δόντι (ο κυνόδοντας) θα υφίσταται μόνο την επίδραση μιας δύναμης εμβύθισης, χωρίς καμία ροπή (γεωμετρία IV). Βεβαίως, οι ακριβείς τιμές των αποκλίσεων αυτών εξαρτώνται από τα ανατομικά χαρακτηριστικά της κάθε περίπτωσης, εδώ έχουν χρησιμοποιηθεί ενδεικτικά μεγέθη, φαίνεται, όμως, η δυσκολία που θα έχει ο κλινικός ορθοδοντικός να προβλέψει την αρχική μετακίνηση των δοντιών, λόγω της μεγάλης ευαισθησίας του συστήματος σε μικρές αξονικές αποκλίσεις.

Σε περιπτώσεις που η απόσταση μεταξύ των δοντιών είναι μεγαλύτερη (π.χ. 14 ή 21 χιλ., όπως δείχνουν οι καμπύλες στο σχεδιάγραμμα), οι διαφορές μεταξύ του συστήματος δυνάμεων στα άγκιστρα και στα κέντρα αντίστασης μειώνονται και η κλινική αξιολόγηση καθίσταται ευκολότερη.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΕΚΤΟ

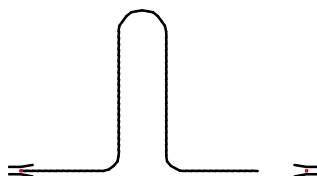
### *Αγκύλες - Προενεργοποίηση αγκυλών*

Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι δυνάμεις και ροπές που αναπτύσσονται με την τοποθέτηση ευθέως σύρματος μεταξύ των δοντιών εξαρτώνται από τη σχετική κλίση των αγκίστρων. Σε πολλές περιπτώσεις οι δυνάμεις αυτές μπορεί να μην είναι οι επιθυμητές για τη μετακίνηση που επιχειρούμε. Σε τέτοιες περιπτώσεις η τοποθέτηση κάμπων στο σύρμα μπορεί να τροποποιήσει το σύστημα δυνάμεων προς τη σωστή κατεύθυνση. Οι βασικές κάμπες τύπου ‘v’ και ‘step’ συνήθως δεν επαρκούν και καταφεύγουμε στο σχηματισμό αγκυλών.

Η βασική θεωρητική διαφορά των αγκυλών από το ευθύ σύρμα (με ή χωρίς τις βασικές κάμπες ‘v’ και ‘step’) είναι ότι μας δίνουν τη δυνατότητα αναπτύξεως δυνάμεων με συνιστώσα κατά μήκος του άξονα που συνδέει τα άγκιστρα, ενώ στο ευθύ σύρμα δημιουργούνται δυνάμεις μόνον κάθετες στο διαγκιστρικό άξονα (για μικρές αποκλίσεις). Έτσι, κύρια χρήση των αγκυλών είναι στη σύγκλιση διαστημάτων. Άλλη σημαντική δυνατότητα είναι η σχεδόν ελεύθερη ρύθμιση του λόγου ροπής προς δύναμη στο άκρο της αγκύλης, καθώς και η διατήρηση σχεδόν σταθερών των εντάσεων των ροπών και των δυνάμεων κατά την απενεργοποίηση της αγκύλης.

Μειονεκτήματα των αγκυλών αποτελούν η δυσκολία της κατασκευής και ενεργοποίησης, η δυσκολία πρόβλεψης των δυνάμεων και ροπών που αναπτύσσει μια νεο-σχεδιαζόμενη αγκύλη, και κλινικά θέματα όπως η ενόχληση του ασθενούς λόγω μεγέθους, η δυσκολία εφαρμογής καλής στοματικής υγιεινής, και η πιθανή παραμόρφωση λόγω μασητικών δυνάμεων.

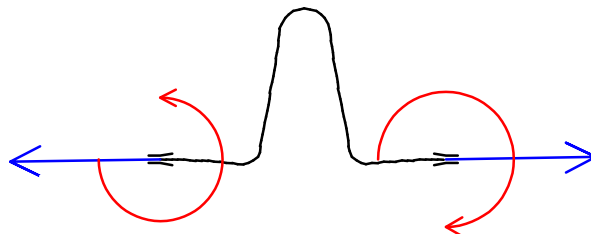
Ας εξετάσουμε πρώτα την πιο απλή αγκύλη, την κατακόρυφη, ώστε να κατανοήσουμε τις βασικές αρχές που εφαρμόζονται εδώ. Θεωρούμε μια κατακόρυφη αγκύλη μεταξύ δύο αγκίστρων, τα οποία είναι παράλληλα μεταξύ τους και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο. Το ένα άκρο της αγκύλης προσδένεται στο ένα άγκιστρο. Το άλλο άκρο απέχει 2 χιλ. Από το άλλο άγκιστρο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



Τι δυνάμεις θα εφαρμοστούν στα άγκιστρα εάν ενεργοποιήσουμε την αγκύλη και την προσδένουμε στο άλλο άγκιστρο; Η εμπειρία μας μάς οδηγεί στο συμπέρασμα ότι θα εφαρμοστούν δυνάμεις που θα τείνουν να συμπλησιάσουν τα άγκιστρα μεταξύ τους (στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που εφαρμόζονται στο σύρμα, ίσες και αντίθετες δυνάμεις θα εφαρμοστούν από την αγκύλη στα άγκιστρα):



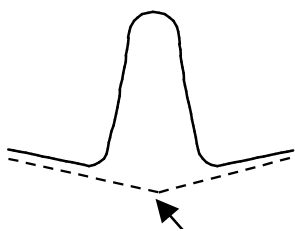
Στην πραγματικότητα, αναπτύσσονται επιπλέον και δύο ροπές, ίσες και αντίθετες:



Πώς μπορούμε να εξηγήσουμε τη δημιουργία των ροπών; Αν θεωρήσουμε την αγκύλη ελεύθερη στο χώρο και ασκήσουμε δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις στα άκρα της, αυτή θα παραμορφωθεί όπως φαίνεται παρακάτω:

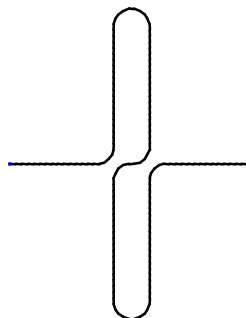


Παρατηρούμε ότι η αγκύλη 'ανοίγει' στην κορυφή της και τα σκέλη της αποκλίνουν. Τα άκρα της δεν είναι πλέον παράλληλα μεταξύ τους, ούτε είναι δυνατόν να εισέλθουν στα άγκιστρα, καθόσον σχηματίζουν γωνία με αυτά (η γωνία μεταξύ των άκρων της αγκύλης και των άγκιστρων είναι εδώ περίπου 11 μοίρες). Είναι βέβαιο ότι εδώ υπάρχει μια μεγάλη ομοιότητα με την περίπτωση ευθέως σύρματος στο οποίο έχει τοποθετηθεί κάμψη τύπου 'v' στο μέσον του. Όπως και εκεί, έτσι και στην περίπτωση της ενεργοποιημένης αγκύλης, η πρόσδεση του σύρματος στο άγκιστρο θα δημιουργήσει ίσες και αντίθετες ροπές.

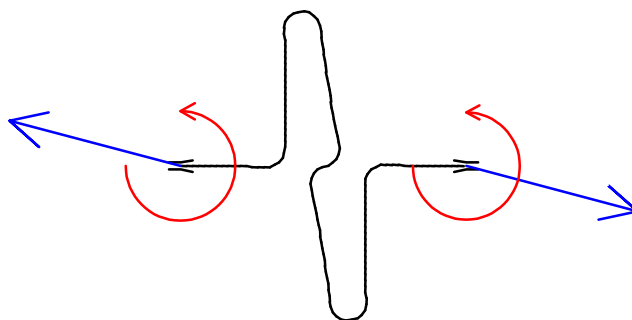


Ισοδύναμη κάμψη 'v'

Είναι σημαντικό να κατανοήσουμε ότι οι ροπές αναπτύσσονται μόνο όσο η αγκύλη είναι ενεργοποιημένη (επειδή τότε μόνο τα σκέλη της αγκύλης δεν είναι παράλληλα μεταξύ τους) και επειδή η ενεργοποίηση την παραμορφώνει κατά τέτοιον τρόπο που τα άκρα της παύουν να είναι οριζόντια αλλά αποκτούν κάποια κλίση ως προς τα άγκιστρα. Η παρακάτω αγκύλη, ακόμη και ενεργοποιημένη, δεν θα έπρεπε να ασκεί καμία ροπή στα άκρα της γιατί η ενεργοποίησή της είναι συμμετρική και τα άκρα παραμένουν παράλληλα μεταξύ τους:

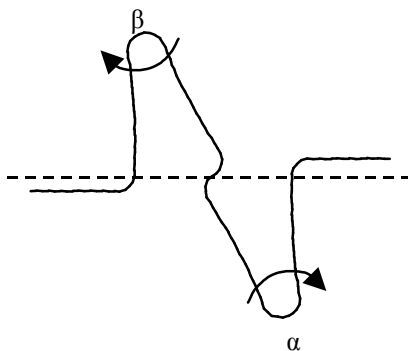


Αντίθετα, όμως, από το αναμενόμενο, η αγκύλη δημιουργεί ροπές με την ενεργοποίησή της, ροπές που είναι ίσες και της ίδιας φοράς στα δύο άγκιστρα:



Πώς μπορούμε να εξηγήσουμε αυτή τη συμπεριφορά;

Η βασική αρχή της λύσης είναι σχετικά απλή και ένα στοιχείο που οδηγεί σ' αυτήν είναι το σύστημα δυνάμεων, το οποίο είναι τύπου γεωμετρίας I, δηλαδή όμοιο με εκείνο που δημιουργείται από κάμψεις τύπου 'step'. Στην παθητική κατάσταση, τα οριζόντια άκρα της αγκύλης είναι στο ίδιο επίπεδο. Όταν, όμως, η αγκύλη ενεργοποιηθεί, 'ανοίγουν' οι δύο άκρες τις, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Το κεντρικό κατακόρυφο σκέλος αποκτά κλίση, τα μικρά, όμως, κατακόρυφα σκέλη παραμένουν κατακόρυφα (για μικρές ενεργοποιήσεις) γιατί οι γωνίες  $\alpha$  και  $\beta$  είναι ίσες, λόγω συμμετρικής ενεργοποίησης. Έτσι, τα οριζόντια σκέλη παύουν να είναι στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο και δημιουργείται το ισοδύναμο μιας κάμψης τύπου 'step'.



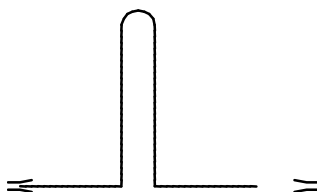
Τα παραπάνω παραδείγματα είναι ίσως αρκετά για να δείξουν ότι η συμπεριφορά των αγκυλών δεν μπορεί εύκολα να προβλεφθεί. Υπάρχουν δύο μέθοδοι μελέτης του συστήματος δυνάμεων που αναπτύσσεται από τις αγκύλες. Η μία μέθοδος είναι η πειραματική, όπου κατασκευάζονται αγκύλες και προσδένονται σε άγκιστρα που είναι τοποθετημένα σε ειδικά

μηχανήματα με ηλεκτρονικούς αισθητήρες δυνάμεων και ροπών. Η ενεργοποίηση γίνεται σταδιακά με την απομάκρυνση των άγκιστρων μεταξύ τους. Οι δυνάμεις και ροπές καταγράφονται σε κάθε στάδιο ενεργοποίησης. Η μέθοδος αυτή έχει το μειονέκτημα ότι απαιτείται μεγάλη προσοχή στην κατασκευή των αγκυλών. Ακόμη και μικρές διαφοροποιήσεις στο μέγεθος των αγκυλών ή κόπωση του σύρματος κατά την κάμψη του μπορεί να έχουν σημαντικές επιπτώσεις στις καταγραφόμενες δυνάμεις.

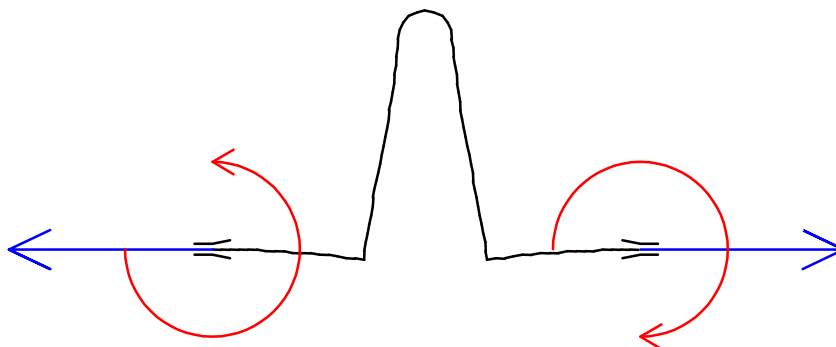
Η δεύτερη μέθοδος αξιολόγησης αγκυλών είναι η προσομοίωση με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Η μέθοδος αυτή έχει το μειονέκτημα ότι το μοντέλο προσομοίωσης που χρησιμοποιείται παρουσιάζει απλουστεύσεις και δεν ανταποκρίνεται πλήρως στην πραγματική συμπεριφορά των μετάλλων. Οι απλουστεύσεις είναι αναπόφευκτες, και λόγω περιορισμών της διαθέσιμης υπολογιστικής ισχύος, αλλά και λόγω ελλειπών γνώσεων σχετικά με τη συμπεριφορά των υλικών. Έτσι, τα αποτελέσματα που λαμβάνονται από τις δύο μεθόδους μπορεί να διαφέρουν μεταξύ τους, αλλά και από εκείνα που παρουσιάζονται στην κλινική πράξη.

Τα εμβιομηχανικά χαρακτηριστικά των αγκυλών που ενδιαφέρουν τον κλινικό είναι ο λόγος ροπής προς δύναμη και η σχέση του μεγέθους της δύναμης με την ενεργοποίηση (load deflection rate). Ο λόγος ροπής προς δύναμη ( $M/F$ ) είναι σημαντικός γιατί θα καθορίσει το είδος της μετακίνησης των δοντιών. Σε περιπτώσεις χρησιμοποίησης τμηματικών αγκυλών για άπω μετακίνηση κυνόδοντα ή τομέων, ο λόγος αυτός καθορίζει αν τα δόντια θα μετακινηθούν παράλληλα ή με απόκλιση. Η ιδανική περίπτωση θα ήταν ο λόγος  $M/F$  να ισούται με την απόσταση του κέντρου αντίστασης από το άγκιστρο του δοντιού, ώστε να επέλθει παράλληλη μετακίνηση. Ας εξετάσουμε το λόγο  $M/F$  ορισμένων αγκυλών και τους τρόπους με τους οποίους μπορούμε να τον τροποποιήσουμε ώστε να ανταποκρίνεται στις ανάγκες μας. Θα θεωρήσουμε ότι επιθυμούμε να μετακινήσουμε προς τα άπω έναν κυνόδοντα χρησιμοποιώντας τμηματικό τόξο από το γομφίο. Επίσης θεωρούμε ότι η στήριξη του γομφίου είναι ιδανική, ώστε να μην μας ενδιαφέρει το σύστημα των δυνάμεων που ασκείται από την αγκύλη στο γομφίο. Η απλούστερη αγκύλη είναι η κατακόρυφη. Το παρακάτω σχήμα δείχνει αριστερά το άγκιστρο του γομφίου και δεξιά το άγκιστρο του κυνόδοντα. Για λόγους ευκολότερης διάκρισης των δυνάμεων, έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις και ροπές που εφαρμόζονται στην αγκύλη. Ίσες αλλά αντίθετες δυνάμεις και ροπές εφαρμόζονται στα άγκιστρα:

Παθητική αγκύλη:

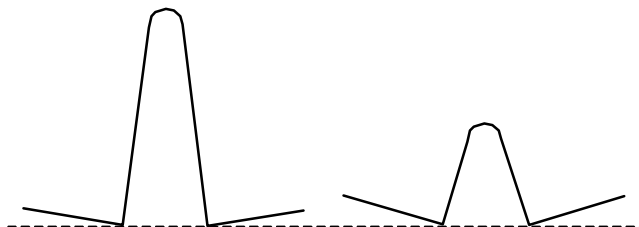


Ενεργοποιημένη αγκύλη:



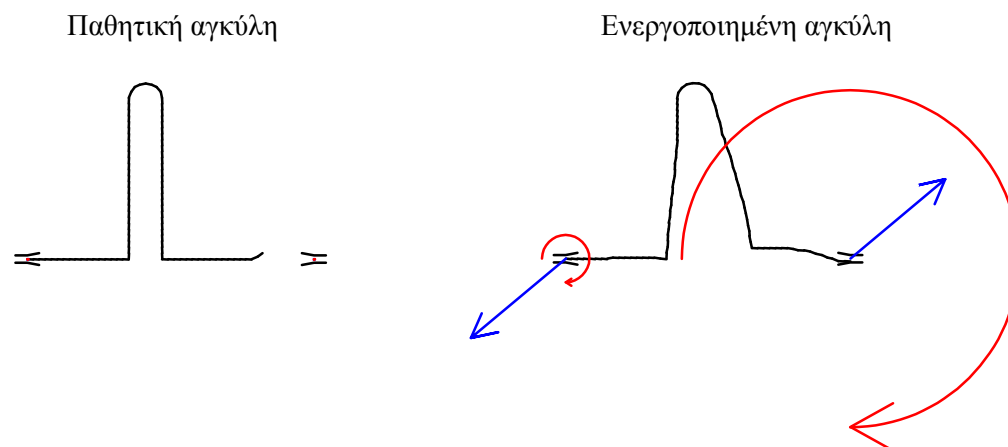
Οι δυνάμεις που αναπτύσσονται από σύρμα TMA διατομής 0.017” x 0.025” είναι περίπου 425 grf και οι ροπές περίπου 900 grf.mm. Ο λόγος ροπής προς δύναμη είναι ίσος στα δύο άκρα της αγκύλης και ανέρχεται σε 2.1 χιλ. Αυτή η απόσταση είναι προφανώς ανεπαρκής για παράλληλη μετακίνηση κυνόδοντα, όπου απαιτούνται τουλάχιστον 10 – 12 χιλ. Υπάρχουν δύο μέθοδοι τροποποίησης του M/F, η αλλαγή της γεωμετρίας της αγκύλης και η προενεργοποίησή της.

Αν θυμηθούμε το λόγο για τον οποίο αναπτύσσονται οι ροπές στην κατακόρυφη αγκύλη, θα μπορούσαμε να υποθέσουμε ότι η αλλαγή του ύψους της αγκύλης θα μετέβαλε και το λόγο M/F. Προηγουμένως είδαμε ότι καθώς η κατακόρυφη αγκύλη ενεργοποιείται, ‘ανοίγει’ κυρίως στην κορυφή της, δημιουργώντας έτσι απόκλιση των οριζοντίων σκελών της. Επομένως, αν η κορυφή ήταν χαμηλότερα, η απόκλιση των σκελών θα ήταν μεγαλύτερη και οι ροπές επίσης μεγαλύτερες. Αντίθετα, αν η αγκύλη είχε μεγαλύτερο ύψος, οι ροπές θα έπρεπε να είναι μικρότερες, και ο λόγος M/F επίσης μικρότερος:

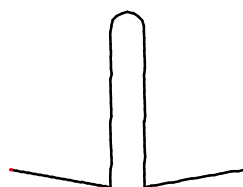


Δυστυχώς, εκτός από τις ροπές, με την αλλαγή του ύψους της αγκύλης μεταβάλλονται και οι δυνάμεις. Όσο μεγαλύτερη η αγκύλη, τόσο μικρότερες οι δυνάμεις για δεδομένη ενεργοποίηση, και τόσο μεγαλύτερος ο λόγος M/F. Έτσι, η αύξηση του ύψους της αγκύλης έχει αντίθετες επιπτώσεις στους παράγοντες που καθορίζουν το λόγο M/F. Στη συγκεκριμένη περίπτωση η αλλαγή του μεγέθους των δυνάμεων υπερισχύει της αλλαγής του μεγέθους των ροπών και ο λόγος M/F αυξάνεται με την αύξηση του ύψους της αγκύλης. Η αύξηση όμως αυτή είναι σχετικά μικρή και δεν μπορεί να εφαρμοστεί πρακτικά. Απαιτείται αγκύλη μεγαλύτερη από 20 χιλ. ύψος για να φτάσει ο λόγος M/F τα 8 χιλ.

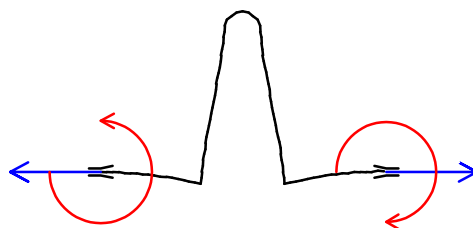
Ο δεύτερος τρόπος αύξησης του M/F είναι να προενεργοποιήσουμε την αγκύλη. Εφόσον οι ροπές δημιουργούνται όταν το σύρμα έχει κλίση σε σχέση με το άγκιστρο, μπορούμε να κάμψουμε το σύρμα ώστε να μην είναι οριζόντιο όταν η αγκύλη είναι στην παθητική κατάσταση. Η πρώτη σκέψη θα ήταν να κάμψουμε το σύρμα στην άκρη της αγκύλης ακριβώς πριν το άγκιστρο του κυνόδοντα:



Βλέπουμε ότι η κάμψη δημιούργησε σημαντικές παρενέργειες αναπτύσσοντας κατακόρυφες δυνάμεις. Αυτό δεν πρέπει να μας εκπλήσσει, αφού λειτούργησε ως κάμψη τύπου 'v' με την κορυφή της πολύ κοντά στο ένα άγκιστρο, δημιουργώντας γεωμετρία τύπου V. Για να αποφύγουμε τις κατακόρυφες δυνάμεις θα πρέπει να ενεργοποιήσουμε συμμετρικά την αγκύλη:



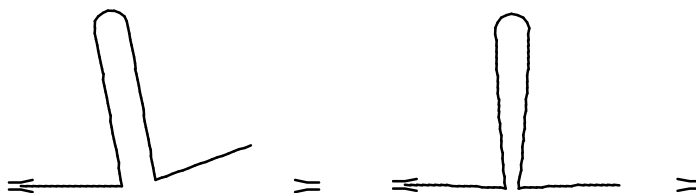
Μπορούμε να προβλέψουμε πόση ενεργοποίηση απαιτείται; Στην μη προ-ενεργοποιημένη αγκύλη τα οριζόντια σκέλη αποκτούν κλίση περίπου 20 μοιρών μεταξύ τους όταν η αγκύλη 'ανοίγει' ώστε να καλύψει την απόσταση μεταξύ των δύο άγκιστρων για το παράδειγμά μας. Όταν προσδεθεί στα άγκιστρα, η κλίση αυτή των 20 μοιρών δημιουργεί ροπές περίπου 900  $\text{grf}\cdot\text{mm}$  και δυνάμεις 425  $\text{grf}$  (θεωρητικές τιμές για σύρμα TMA διατομής 0.017" x 0.025"). Επομένως, θα μπορούσαμε να προβλέψουμε ότι η προενεργοποίηση κατά 20 μοίρες θα διπλασίαζε τις ροπές, αυξάνοντας συγχρόνως το λόγο M/F από 2 σε 4  $\text{χιλ}$ . Η πραγματικότητα είναι δυστυχώς απογοητευτική:



Παρόλο που οι ροπές αυξήθηκαν όσο περίπου είχαμε προβλέψει και έφτασαν τα 1700  $\text{grf}\cdot\text{mm}$ , ο λόγος M/F δεν ξεπέρασε τα 2.8  $\text{χιλ}$ . Η αιτία είναι ότι και οι δυνάμεις αυξήθηκαν σημαντικά και ξεπέρασαν τα 600  $\text{grf}$ .

Ποιος ο λόγος αύξησης των δυνάμεων; Η απάντηση είναι παρόμοια με εκείνη που δώσαμε προσπαθώντας να εξηγήσουμε το λόγο ανάπτυξης ροπών από την ενεργοποίηση της κατακόρυφη αγκύλης. Στην περίπτωση εκείνη αναπτύσσονται ροπές επειδή τα σκέλη της

αγκύλης ‘ανοίγουν’ στην κορυφή της και αποκλίνουν όταν ενεργοποιείται, σχηματίζοντας έτσι γωνία σε σχέση με τα άγκιστρα. Στην περίπτωση προενεργοποίησης, τα άκρα της αγκύλης σχηματίζουν γωνία με τα άγκιστρα *πριν* ενεργοποιηθεί. Για να προσδεθούν τα άκρα της αγκύλης στα άγκιστρα θα πρέπει να ‘κλείσει’ η κορυφή της αγκύλης, ώστε τα άκρα της να γίνουν οριζόντια:



Είναι πλέον φανερό ότι το ‘κλείσιμο’ της κορυφής της αγκύλης θα φέρει το ελεύθερο άκρο της μακρύτερα από το άγκιστρο του κυνόδοντα. Επομένως απαιτείται ενεργοποίηση μεγαλύτερης απόστασης για να προσδεθεί, γεγονός που αντανακλάται στην αύξηση των δυνάμεων.

Το ‘κλείσιμο’ της αγκύλης μπορεί να γίνει με την εφαρμογή μιας ροπής. Η ροπή που απαιτείται, ώστε το ελεύθερο άκρο της αγκύλης να γίνει παράλληλο με το άγκιστρο του κυνόδοντα, ονομάζεται *ροπή ενεργοποίησης*. Η αγκύλη υπό την επίδραση της ροπής ενεργοποίησης βρίσκεται στην *ουδέτερη κατάσταση*.

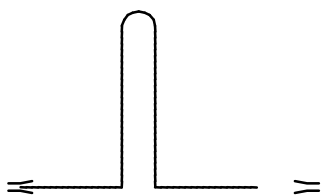
Πώς μπορούμε να αποφύγουμε τη σύγκλιση της αγκύλης υπό την επίδραση της ροπής ενεργοποίησης, ώστε να μην αυξάνεται η απόσταση του άκρου της από τον κυνόδοντα; Θα πρέπει να προ-ενεργοποιήσουμε την αγκύλη με διαφορετικό τρόπο από το να κάμπτουμε τα άκρα της όπως έγινε παραπάνω. Η επιθυμητή περίπτωση είναι να έχει η αγκύλη το αρχικό σχήμα όχι όταν είναι σε παθητική κατάσταση αλλά όταν είναι υπό την επίδραση κάποιας ροπής. Έτσι, όταν ενεργοποιηθεί θα ασκεί την ίδια δύναμη στον κυνόδοντα, αλλά η συνολική ροπή θα είναι το άθροισμα της αρχικής ροπής και της επιπρόσθετης. Η διαδικασία επομένως περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

1. Υπολογίζουμε την τελική συνολική ροπή: Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα από την αρχική κατακόρυφη αγκύλη, όπου η δύναμη που ασκήθηκε ήταν 425 grf, εάν επιθυμούμε λόγο M/F ίσο με 4 χιλ. η ροπή πρέπει να είναι 1700 grf.mm.

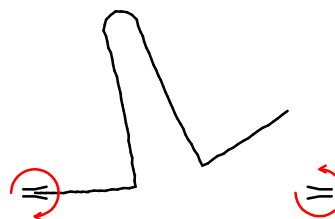
2. Υπολογίζουμε την επιπρόσθετη ροπή: Εφόσον η μη-προενεργοποιημένη αγκύλη αναπτύσσει ροπή 900 grf.mm, η επιπρόσθετη ροπή πρέπει να είναι 800 grf.mm.

3. Ενεργοποιούμε την αγκύλη ασκώντας ροπή ίση και αντίθετη με την επιπρόσθετη ροπή ενεργοποίησης που υπολογίσαμε παραπάνω. Η αγκύλη λαμβάνει το παρακάτω σχήμα:

Παθητική αγκύλη:



Αγκύλη υπό την επίδραση ροπής:

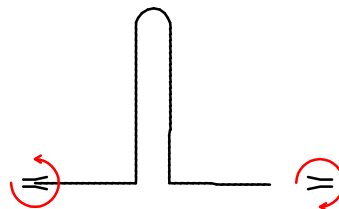


4. Κάμπτουμε την αγκύλη ώστε να αποκτήσει το σχήμα που είχε υπό την επίδραση της ροπής όταν είναι στην παθητική της κατάσταση. Η νέα κατάσταση θα είναι τώρα:

Παθητική αγκύλη:



Αγκύλη υπό την επίδραση της ροπής ενεργοποίησης:



Η αγκύλη αυτή, όταν προσδεθεί στον κυνόδοντα, θα ασκήσει τις αναμενόμενες δυνάμεις και ροπές δίνοντας λόγο  $M/F$  ίσο με 4 χιλ.

## **ΣΥΜΠΛΗΡΩΜΑ**

Στις σελίδες του Συμπληρώματος που ακολουθούν περιγράφεται η επίλυση ορισμένων μαθηματικών σχέσεων που σχετίζονται με την Ορθοδοντική Εμβιομηχανική και έχουν αναφερθεί στα προηγούμενα κεφάλαια. Επίσης, παρουσιάζονται τα δύο λογισμικά προγράμματα που περιέχονται στο CD-ROM του βιβλίου. Το Συμπλήρωμα περιλαμβάνει τα εξής τμήματα:

**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΣΕ ΔΟΝΤΙ ΜΕ ΡΙΖΑ ΠΑΡΑΒΟΛΟΕΙΔΟΥΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ**

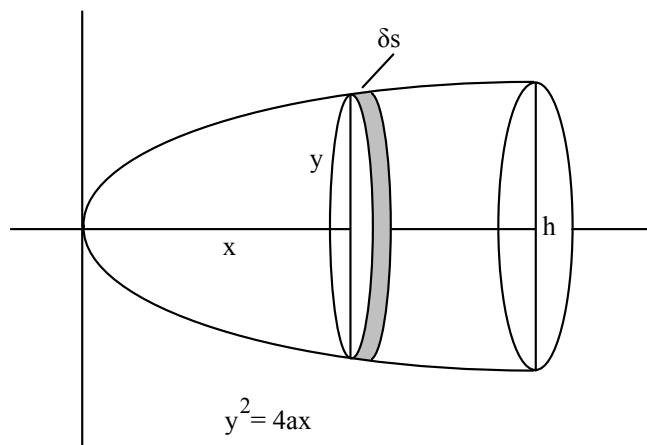
**ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΚΑΙ ΡΟΠΩΝ ΑΠΟ ΕΥΘΥ ΤΟΞΟ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΔΟΝΤΙΩΝ**

**ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ ΤΟΟΤΗ**

**ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ LOOP**

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΗΣ ΘΕΣΗΣ ΤΟΥ ΚΕΝΤΡΟΥ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΣΕ ΔΟΝΤΙ ΜΕ ΡΙΖΑ ΠΑΡΑΒΟΛΟΕΙΔΟΥΣ ΣΧΗΜΑΤΟΣ.

Η θέση του κέντρου αντίστασης μιας ρίζας παραβολοειδούς σχήματος υπολογίζεται θεωρώντας την κατανομή της επιφανείας της ρίζας στο χώρο και όχι του όγκου ή της μάζας της. Ο υπολογισμός γίνεται αν διαιρέσουμε το παραβολοειδές σε στενές λωρίδες, όπως δείχνει το σχήμα:



Η επιφάνεια κάθε λωρίδας δίνεται από τη σχέση:

$$A \approx 2\pi y \delta s$$

Το κέντρο αντίστασης βρίσκεται από τη σχέση:

$$C_{Res} \approx \frac{\sum_0^h x 2\pi y \delta s}{\sum_0^h 2\pi y \delta s}$$

Άρα:

$$C_{Res.} = \frac{\int_0^h x 2\pi y ds}{\int_0^h 2\pi y ds} = \frac{\int_0^h xy \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx}{\int_0^h y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx} = \frac{3}{5} h$$

ή σε απόσταση ίση με το 40% του μήκους της ρίζας, μετρούμενη από τη φατνιακή ακρολοφία.

## ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΜΕΩΝ ΚΑΙ ΡΟΠΩΝ ΑΠΟ ΕΥΘΥ ΤΟΞΟ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΔΥΟ ΔΟΝΤΙΩΝ.

Έστω δύο δόντια Α και Β που συνδέονται με ευθύ τόξο. Το τόξο παραμορφώνεται και ασκεί δυνάμεις, οι οποίες εξαρτώνται από τις κλίσεις των αγκίστρων ως προς την ευθεία που συνδέει τα άγκιστρα μεταξύ τους. Οι δυνάμεις και ροπές που αναπτύσσονται μπορούν να υπολογιστούν αν θεωρήσουμε ότι το σύρμα αποτελεί δοκό ελεύθερου άκρου.

Η κυρτότητα μιας δοκού εξαρτάται από τη ροπή κάμψης, σύμφωνα με τη σχέση:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M(x)}{EI} \quad (1)$$

όπου Ε το μέτρο ελαστικότητας του Young, I η ροπή αδρανείας, M η ροπή κάμψης και ρ η ακτίνα καμπυλότητας.

Η κυρτότητα μιας καμπύλης σε κάποιο σημείο x, y του επιπέδου καθορίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (2)$$


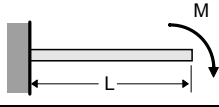
Θεωρώντας ότι η κλίση της δοκού είναι μικρή, η παραμόρφωση, δηλαδή, του σύρματος είναι αμελητέα, μπορούμε να απλοποιήσουμε την εξίσωση (2) στη μορφή:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y}{dx^2} \quad (3)$$

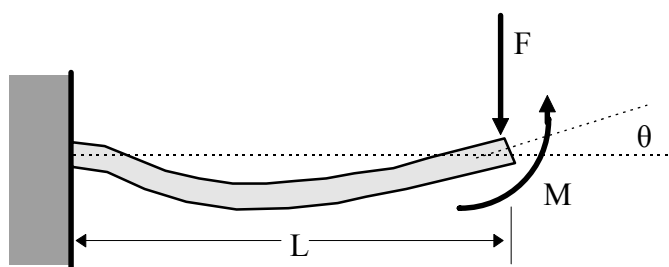
Άρα η σχέση (1) γίνεται:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} \quad (4)$$

Αυτή είναι μια διαφορική εξίσωση δευτέρου βαθμού και μπορεί να επιλυθεί ανάλογα με τις συνθήκες πάκτωσης της δοκού στα άκρα της και τις δυνάμεις που εφαρμόζονται. Βιβλία μηχανικής στερεών δίνουν έτοιμη τη λύση στις περιπτώσεις που η δοκός είναι πακτωμένη στο ένα άκρο και στο άλλο ασκείται μια κατακόρυφη δύναμη ή μια ροπή:

Φόρτιση Δοκού	Εξίσωση Ελαστικής Καμπύλης	Μετατόπιση στο Άκρο	Κλίση στο Άκρο
	$y = \frac{F}{6EI}(x^3 - 3Lx^2)$	$-\frac{FL^3}{3EI}$	$-\frac{FL^2}{2EI}$
	$y = -\frac{M}{2EI}x^2$	$-\frac{ML^2}{2EI}$	$-\frac{ML}{EI}$

Στην περίπτωση που η δοκός έχει τη θέση ορθοδοντικού τόξου που συνδέει δύο άγκιστρα, από κάθε άγκιστρο είναι δυνατόν να ασκείται μια δύναμη και μια ροπή. Θεωρούμε πρώτα το ένα άγκιστρο. Η κατακόρυφη μετατόπιση του άκρου της δοκού πρέπει να ισούται με μηδέν και η κλίση της δοκού στο άκρο της θα ισούται με την κλίση του αγκίστρου.



Άρα θα έχουμε, για μηδέν κατακόρυφη μετατόπιση:

$$-\frac{FL^3}{3EI} - \frac{ML^2}{2EI} = 0 \Rightarrow M = -F \frac{2}{3}L \quad (5)$$

Θεωρούμε ότι η κλίση του αγκίστρου είναι μικρή και επομένως, η γωνία  $\theta$  (σε ακτίνια (rad)) ισούται με την εφαπτομένη της. Άρα:

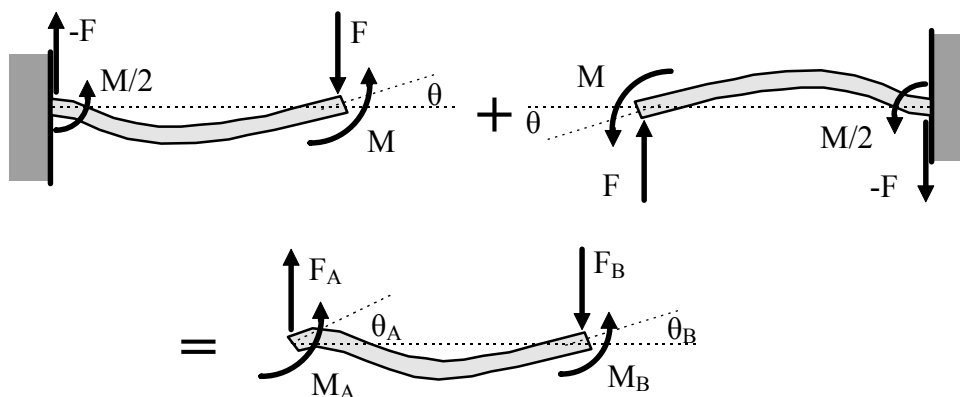
$$-\frac{FL^2}{2EI} - \frac{ML}{EI} = \theta \xrightarrow{(5)} F = \frac{6EI\theta}{L^2} \quad (6)$$

και από την (5) προκύπτει ότι:

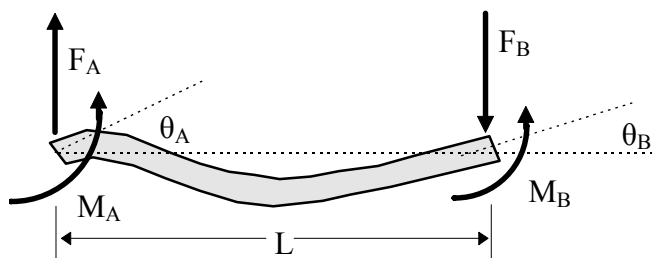
$$M = -\frac{4EI\theta}{L} \quad (7)$$

Οι δύναμη και ροπή που ασκείται στη δοκό στην πακτωμένη άκρη προκύπτει από τις αρχές της στατικής ισορροπίας. Η δύναμη θα είναι  $-F$  και η ροπή  $M/2$ .

Αν τοποθετήσουμε το άγκιστρο στο αντίθετο άκρο, οι σχέσεις θα παραμείνουν ίδιες. Οι συνολικές δυνάμεις και ροπές στην περίπτωση που η δοκός στηρίζεται και στα δύο άκρα σε άγκιστρα, προκύπτουν με τη διανυσματική άθροιση των δυνάμεων και ροπών που ήδη υπολογίστηκαν, σύμφωνα με την αρχή της αλληλεπίθεσης:



Έτσι, οι τελικές δυνάμεις και ροπές θα είναι:



$$F_B = -F_A = \frac{6EI}{L^2}(\vartheta_A + \vartheta_B) \quad (8)$$

$$M_A = -\frac{4EI}{L}(\vartheta_A + \vartheta_B/2) \quad (9)$$

$$M_B = -\frac{4EI}{L}(\vartheta_B + \vartheta_A/2) \quad (10)$$

Οι εξισώσεις αυτές μας επιτρέπουν να υπολογίσουμε τις δυνάμεις και ροπές που ασκεί ένα τμηματικό ευθύ τόξο που συνδέει δύο δόντια, αν γνωρίζουμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού και τη διάμετρο του σύρματος. Για κυκλικής διατομής σύρματα, η ροπή αδρανείας δίδεται από τη σχέση:

$$I = \frac{1}{4}\pi r^4 \quad (11)$$

Ο παρακάτω πίνακας δίνει ενδεικτικές τιμές για σύρμα διαμέτρου 0.016". Εδώ οι δυνάμεις και ροπές είναι όπως ασκούνται στα άγκιστρα από το σύρμα. Θετικές δυνάμεις έχουν φορά μασητική και θετικές ροπές είναι δεξιόστροφες. Θεωρούμε σύρμα μεταξύ κάτω αριστερού κυνόδοντα (θέση A) και κάτω αριστερού προγομφίου (θέση B). Απόσταση μεταξύ αγκίστρων 7mm, σύρμα από ανοξείδωτο χάλυβα.

$\theta_A$	$\theta_B$	$\theta_A/\theta_B$	Τάξη	$F_A$ (grf)	$M_A$ (grf.mm)	$F_B$ (grf)	$M_B$ (grf.mm)
4.4	4.4	1.0	I	-531	1860	531	1860
2.2	4.4	0.5	II	-399	1240	399	1550
0.0	4.4	0.0	III	-266	620	266	1240
-2.2	4.4	-0.5	IV	-133	0	133	930
-3.3	4.4	-0.75	V	-66	-310	66	750
-4.4	4.4	-1.0	VI	0	-620	0	620

Ο λόγος ροπής προς δύναμη δίνεται από τις σχέσεις:

$$\frac{M_A}{F_A} = \frac{2L (\theta_A + \theta_B/2)}{3 (\theta_A + \theta_B)} = \frac{4k+2}{6k+6} L \quad (12)$$

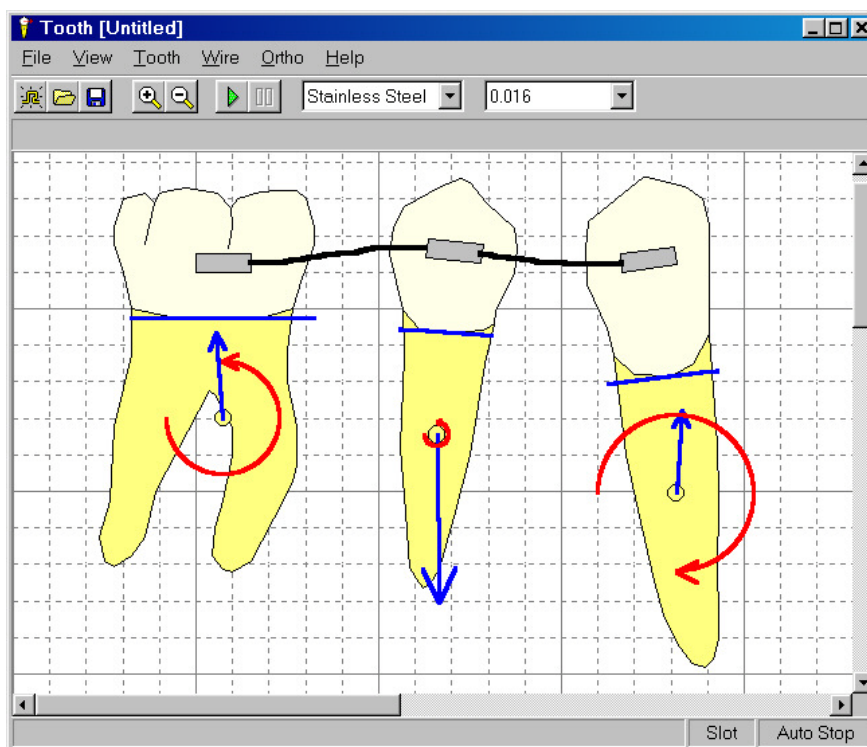
$$\frac{M_B}{F_B} = -\frac{2L (\theta_B + \theta_A/2)}{3 (\theta_A + \theta_B)} = -\frac{4+2k}{6k+6} L \quad (13)$$

όπου  $k$  είναι ο λόγος  $\theta_A/\theta_B$ .

Για κάθε γεωμετρία, εκτός της VI, ο λόγος ροπής προς δύναμη ανά μονάδα μήκους φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Τάξη	$\theta_A/\theta_B$	$M_A/F_A$	$M_B/F_B$
I	1	0.50	-0.50
II	0.5	0.44	-0.56
III	0	0.33	-0.67
IV	-0.5	0.00	-1.00
V	-0.75	-0.67	-1.67

## ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ TOOTH



Το πρόγραμμα Tooth, που βρίσκεται στο CD-ROM που συνοδεύει το βιβλίο, επιτρέπει τον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκούνται στα δόντια με την τοποθέτηση ευθέως σύρματος. Επίσης, μετακινεί τα δόντια βάσει των δυνάμεων αυτών, προσομοιάζοντας την ορθοδοντική θεραπεία.

### **Απαιτήσεις Συστήματος**

Το Tooth απαιτεί υπολογιστή με λειτουργικό σύστημα Microsoft Windows 98.

### **Παραδοχές – Απλοποιήσεις**

Το μαθηματικό μοντέλο που χρησιμοποιείται στο πρόγραμμα επιτρέπει τον υπολογισμό των δυνάμεων και την προσομοίωση της μετακίνησης μόνο σε δύο διαστάσεις. Οι δυνάμεις που ασκούνται από το σύρμα υπολογίζονται βάσει των εξισώσεων που περιγράφηκαν παραπάνω. Έτσι, οι δυνάμεις και ροπές ισχύουν μόνο σε περιπτώσεις μικρών παραμορφώσεων του σύρματος. Τα σύρματα θεωρούνται ότι είναι ιδανικά ελαστικά χωρίς περιοχή πλαστικής (μόνιμης) παραμόρφωσης. Το πρόγραμμα θεωρεί ότι το περιρρίζιο είναι ομοιογενές και ισότροπο, η δε ταχύτητα της ορθοδοντικής μετακίνησης εξαρτάται από τις τάσεις που ασκούνται στο περιρρίζιο.

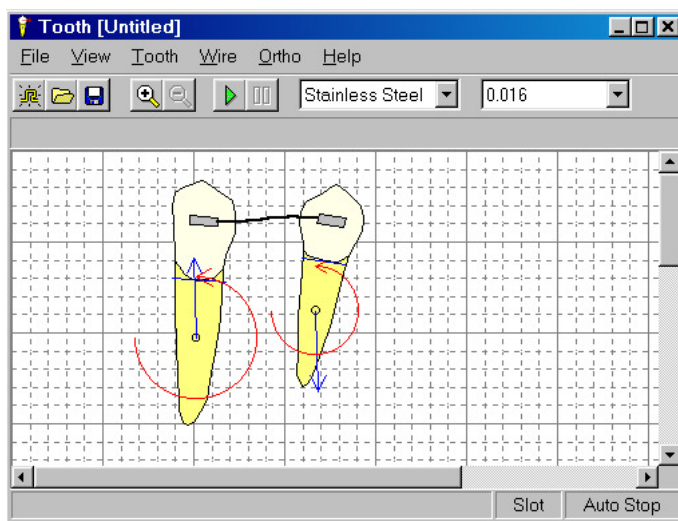
### **Οδηγός Χρήσης**

Οι οδηγίες που περιγράφονται εδώ χρησιμεύουν ως παράδειγμα της χρήσης του Tooth. Λόγω της συνεχούς αναβάθμισης του προγράμματος, μερικές διεργασίες μπορεί να απαιτούν ελαφρώς διαφορετικό χειρισμό. Επίσης, μερικές εντολές της έκδοσής σας μπορεί να είναι απενεργοποιημένες.

### Προσθήκη δοντιών και σύρματος

Αφού εκκινήσετε το πρόγραμμα, επιλέξτε την εντολή Tooth | Add | 33 για να προσθέσετε έναν κάτω κυνόδοντα. Με το ποντίκι επιλέξτε τον κυνόδοντα. Θα δείτε τρία τετραγωνίδια, ένα στο κέντρο αντίστασης του δοντιού και από ένα στο φύμα και το ακρορρίζιο. Χρησιμοποιώντας το ποντίκι, μπορείτε να μετακινήσετε τον κυνόδοντα σε άλλη θέση, σέρνοντάς τον από το κέντρο αντίστασης, ή να τον περιστρέψετε, σέρνοντας το φύμα ή το ακρορρίζιο. Αφού τον τοποθετήσετε στη θέση που επιθυμείτε, προσθέστε και έναν προγόμφιο, με την εντολή Tooth | Add | 34. Μετακινείστε τα δόντια ώστε να είναι το ένα δίπλα στο άλλο.

Προσθέστε ένα τμήμα σύρματος με την εντολή Wire | Add. Επιλέξτε το σύρμα με το ποντίκι. Πλησιάστε το ποντίκι σε ένα άκρο. Το βέλος του ποντικιού θα αλλάξει σε πένσα. Σύρατε το άκρο του σύρματος στο άκρο του αγκίστρου του προγομφίου που είναι πλησιέστερα στον κυνόδοντα. Μετά, σύρατε το άλλο άκρο του σύρματος στο άκρο του αγκίστρου του κυνόδοντα. Η οθόνη σας θα πρέπει να μοιάζει με το παρακάτω σχήμα:



Μόλις το σύρμα 'προσδεθεί' στα άγκιστρα θα εμφανιστούν οι δυνάμεις που ασκούνται στα δόντια. Μετακινώντας τα δόντια όπως περιγράφηκε παραπάνω, μπορείτε να δείτε πώς αλλάζουν οι δυνάμεις.

Προσθέστε και άλλο ένα δόντι με την εντολή Tooth | Add | 36. Ενώστε το δόντι με τα άλλα δύο δημιουργώντας ένα νέο τμήμα σύρματος (με την εντολή Wire | Add) και 'προσδένοντάς' το με τα άκρα των αγκίστρων των δοντιών 34 και 36. Για να προσδέσετε το σύρμα, επιλέξτε το με το ποντίκι και σύρατε το κάθε άκρο του σύρματος στο άκρο του αντίστοιχου αγκίστρου. Οι δυνάμεις που εμφανίζονται στο δόντι 34 οφείλονται πλέον και στα δύο συρμάτινα τμήματα, τα οποία μπορούν να θεωρηθούν ως ένα συνεχές τόξο.

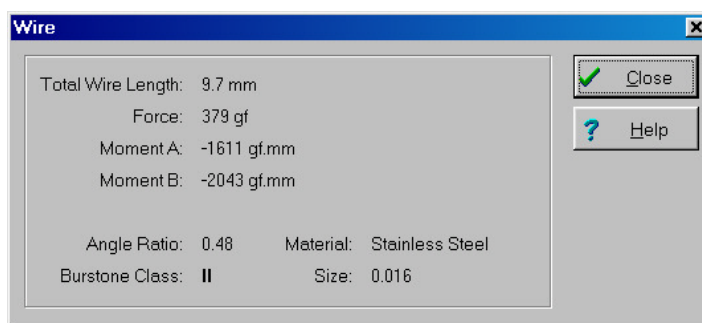
### Ορθοδοντική προσομοίωση

Επιλέξτε την εντολή Ortho | Start. Τα δόντια θα μετακινηθούν ανάλογα με τις δυνάμεις που εφαρμόζονται, έως ότου αυτές πρακτικά μηδενισθούν. Δοκιμάστε διαφορετικές αρχικές διευθετήσεις δοντιών και μελετήστε την τελική θέση. Οι εντολές Ortho | Set as Reference και Ortho | Reset to Reference επιτρέπουν την προσωρινή καταχώρηση της αρχικής θέσης των

δοντιών, ώστε μετά την ορθοδοντική μετακίνηση να μπορείτε εύκολα να τα επαναφέρετε στην αρχική θέση.

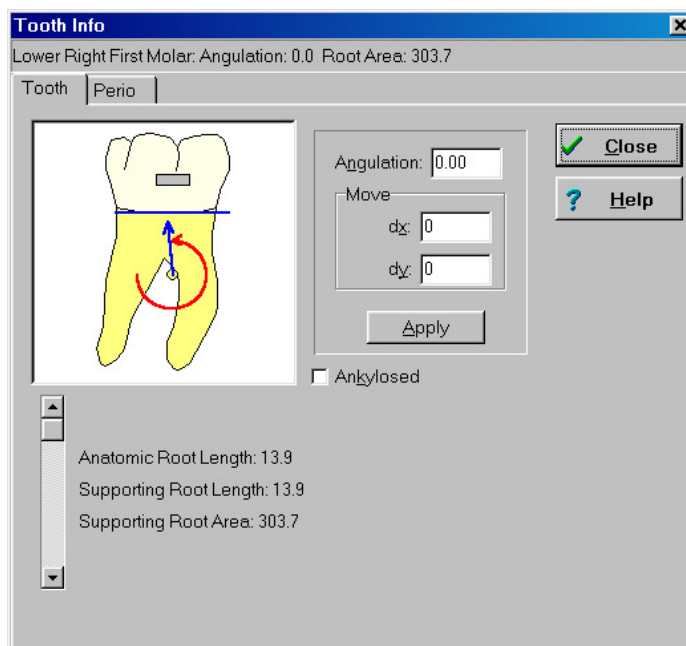
### Πληροφορίες σύρματος

Επιλέξτε το ένα τμήμα σύρματος με το ποντίκι. Με την εντολή Wire | Properties μπορείτε να δείτε πληροφορίες για το τμήμα αυτό του σύρματος, όπως το μέγεθος των δυνάμεων και ροπών που ασκεί στα σημεία πρόσδεσης, το υλικό και μέγεθος της διατομής του σύρματος, και τον τύπο της γεωμετρίας του Burstone:

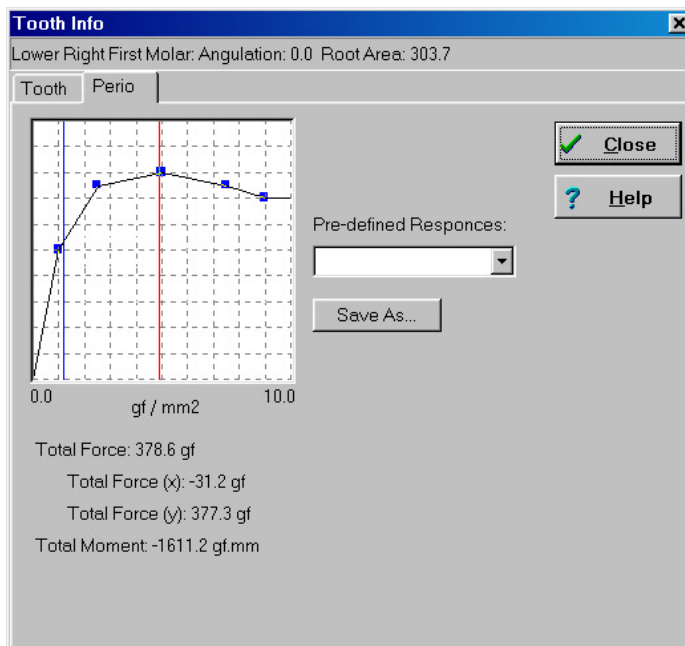


### Πληροφορίες δοντιού

Επιλέξτε ένα δόντι με το ποντίκι. Με την εντολή Tooth | Properties μπορείτε να δείτε πληροφορίες σχετικές με το δόντι και να αλλάξετε τις ιδιότητές του:

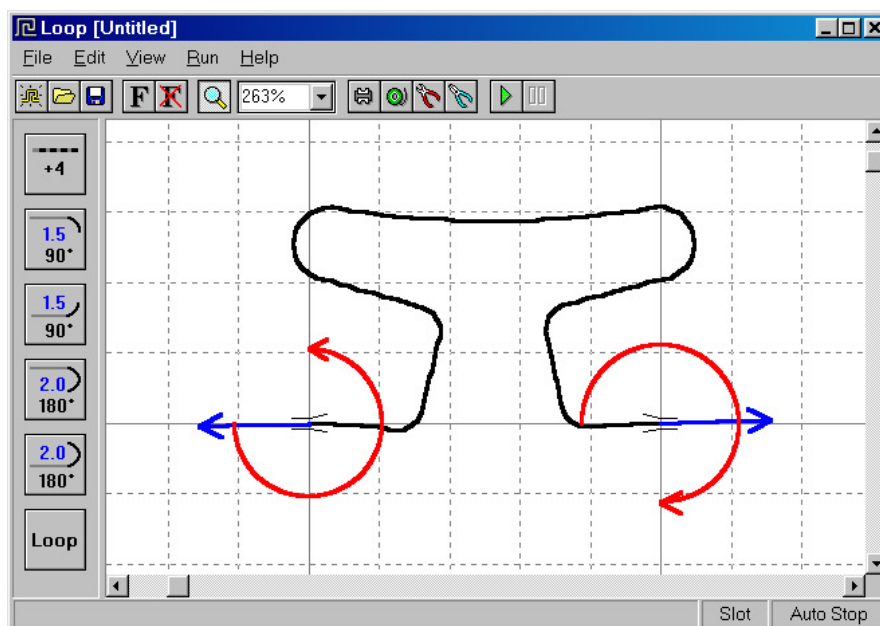


Η μπλε γραμμή στον αυχένα του δοντιού δείχνει το ύψος πρόσφυσης του φατνιακού οστού. Μετακινώντας την κατακόρυφη μπάρα αυξομειώνεται το ύψος πρόσφυσης του περιριζίου και έτσι μπορούμε να προσομοιάσουμε απώλεια φατνιακού οστού λόγω περιοδοντικής νόσου.



Η επιλογή Perio μας δείχνει την καμπύλη ανταπόκρισης του οστού στις τάσεις που αναπτύσσονται στο περιρρίζιο. Όσο ψηλότερα είναι η καμπύλη, τόσο ταχύτερα μετακινείται το δόντι στη δεδομένη πίεση. Η σχέση πίεσης – ταχύτητας μετακίνησης δεν είναι γνωστή στον άνθρωπο. Μπορείτε να τροποποιήσετε την καμπύλη και να πειραματιστείτε. Υπάρχουν προκαθορισμένες καμπύλες που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε, ή μπορείτε να αλλάξετε την καμπύλη μετακινώντας με το ποντίκι τα σημεία που την ορίζουν. Η μπλε γραμμή δείχνει την τάση που αναπτύσσεται στο περιρρίζιο από τις δυνάμεις που εφαρμόζονται στο δόντι. Η τάση αυτή θα χρησιμοποιηθεί για να υπολογιστεί η ταχύτητα παράλληλης μετακίνησης του δοντιού. Η κόκκινη γραμμή δείχνει το επίπεδο τάσεων που θα χρησιμοποιηθεί για να υπολογιστεί η ταχύτητα απόκλισης του δοντιού. Η τάση απόκλισης είναι συνήθως μεγαλύτερη από την τάση παράλληλης μετακίνησης, γιατί αυτή καθορίζεται από τις τάσεις που αναπτύσσονται στον αυχένα και το ακρορρίζιο. Αντίθετα, ο ρυθμός παράλληλης μετακίνησης καθορίζεται από τη συνολική κατανομή των τάσεων σε όλη την επιφάνεια της ρίζας.

## Το πρόγραμμα ΠΡΟΣΟΜΙΩΣΗΣ LOOP



Το πρόγραμμα Loop, που βρίσκεται στο CD-ROM που συνοδεύει το βιβλίο, επιτρέπει τον υπολογισμό των δυνάμεων που ασκεί μια ορθοδοντική αγκύλη. Μπορείτε να κατασκευάσετε σχεδόν οποιαδήποτε αγκύλη με οποιοδήποτε υλικό και μέγεθος διατομής. Η αγκύλη μπορεί να ενεργοποιηθεί και το πρόγραμμα θα υπολογίσει τις δυνάμεις και ροπές που ασκούνται στα άκρα της καθώς και τα σημεία της μεγαλύτερης τάσης του σύρματος.

### Απαιτήσεις Συστήματος

Το Loop απαιτεί υπολογιστή με λειτουργικό σύστημα Microsoft Windows 98.

### Παραδοχές – Απλοποιήσεις

Οι αγκύλες μπορούν να κατασκευαστούν και ενεργοποιηθούν μόνο σε δύο διαστάσεις. Οι δυνάμεις και ροπές που εμφανίζονται πρέπει να θεωρούνται ως προσέγγιση των πραγματικών δυνάμεων.

### Οδηγός Χρήσης

Οι οδηγίες που περιγράφονται εδώ χρησιμεύουν ως παράδειγμα της χρήσης του Loop. Λόγω της συνεχούς αναβάθμισης του προγράμματος, μερικές διεργασίες μπορεί να απαιτούν ελαφρώς διαφορετικό χειρισμό. Επίσης, μερικές εντολές της έκδοσής σας μπορεί να είναι απενεργοποιημένες.

### Εκκίνηση προγράμματος

Όταν ξεκινήσετε το πρόγραμμα θα δείτε στην οθόνη δύο άγκιστρα. Το άνω άγκιστρο είναι στα αριστερά και το εγγύς άγκιστρο είναι στα δεξιά. Κάθε άγκιστρο έχει τη μία άκρη του διευρυμένη. Από την άκρη αυτή εισέρχεται το σύρμα. Στο άνω άγκιστρο υπάρχει ήδη η αρχή του σύρματος που θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή της αγκύλης.

### **Άνοιγμα αρχείου αγκύλης, ενεργοποίηση**

Επιλέξτε την εντολή File | Open. Στο παράθυρο που θα εμφανιστεί επιλέξτε το αρχείο CLOSED.LLP και πατήστε το OK. Η αγκύλη θα εμφανιστεί στο παράθυρο του προγράμματος. Το εγγύς άκρο της θα απέχει 2 χιλ. Από το εγγύς άγκιστρο.

Επιλέξτε την εντολή Run | Run. Η αγκύλη θα ενεργοποιηθεί ώστε το εγγύς άκρο να εισέλθει στο εγγύς άγκιστρο. Συγχρόνως θα εμφανιστούν οι δυνάμεις και ροπές που αναπτύσσονται στα δύο άκρα της αγκύλης. Οι δυνάμεις αυτές είναι εκείνες που ασκούνται από τα άγκιστρα στην αγκύλη. Ίσες και αντίθετες δυνάμεις και ροπές ασκούνται από το σύρμα στα άγκιστρα.

Επιλέξτε την εντολή Edit | Force. Το παράθυρο που εμφανίζεται δείχνει αριθμητικά τις δυνάμεις και ροπές. Το αριστερό τμήμα δείχνει τις δυνάμεις και ροπές που ασκούνται στο άνω άγκιστρο ενώ το δεξί τμήμα δείχνει εκείνες που αναπτύσσονται στο εγγύς άγκιστρο. Πατήστε το Set to Zero και μετά το OK. Οι δυνάμεις μηδενίζονται και το σύρμα επανέρχεται στην παθητική κατάσταση.

### **Μετακίνηση αγκίστρων**

Επιλέξτε το εικονίδιο με το άγκιστρο στη γραμμή των εργαλείων:



Με το ποντίκι σύρατε το εγγύς άγκιστρο ένα χιλιοστό δεξιά. Ξαναεπιλέξτε το άγκιστρο. Το βέλος του ποντικιού αλλάζει σε διπλό κυρτό βέλος. Τοποθετήστε το ποντίκι σε κάποια απόσταση από το άγκιστρο, πιέστε το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού και σύρατε το ποντίκι. Το άγκιστρο περιστρέφεται. Απελευθερώστε το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού όταν το άγκιστρο βρίσκεται σε κλίση περίπου 2-10 μοιρών ως προς την αρχική θέση.

Ενεργοποιήστε την αγκύλη ξανά και παρατηρήστε την αλλαγή στο μέγεθος και τη φορά των δυνάμεων και ροπών. Επαναφέρατε το σύρμα στην παθητική κατάσταση όπως προηγουμένως.

### **Διαμόρφωση αγκύλης**

Επιλέξτε την πένσα διαμορφώσεως από τη γραμμή των εργαλείων:



Στο σύρμα εμφανίζονται στίγματα. Τοποθετήστε το ποντίκι πάνω σε ένα στίγμα. Πατώντας το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού, το σύρμα κάμπτεται στο σημείο αυτό κατά 10 μοίρες αριστερά. Πατώντας το δεξί πλήκτρο η κάμψη είναι προς τα δεξιά. Πατήστε το πλήκτρο Shift και κρατήστε το πατημένο. Τώρα οι κάμψεις είναι κατά 90 μοίρες. Πατώντας το πλήκτρο Ctrl οι κάμψεις γίνονται σε βαθμίδες της μιας μοίρας.

### **Αποκοπή σύρματος**

Επιλέξτε τον κόφτη από τη γραμμή των εργαλείων:



Με το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού μπορείτε να αφαιρέσετε ένα μικρό τμήμα σύρματος μεταξύ δύο στιγμάτων του σύρματος. Τοποθετήστε τον κόφτη σε ένα στίγμα και πατήστε το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού. Εάν θέλετε να αποκόψετε το σύρμα από το

σημείο εκείνο, πατήστε το δεξί πλήκτρο. Εάν κάνατε λάθος μπορείτε να επαναφέρετε το σύρμα με την εντολή Edit | Undo.

### Προσθήκη σύρματος

Το εργαλείο προσθήκης σύρματος:



σας επιτρέπει να προσθέσετε τμήματα σύρματος με τρόπο αντίστοιχο με αυτόν που χρησιμοποιούμε τον κόφτη.











Με τα παραπάνω εργαλεία μπορείτε να τροποποιήσετε μια αγκύλη ή να κατασκευάσετε μία εξ αρχής. Υπάρχουν, όμως, και προκατασκευασμένα τμήματα σύρματος που μπορείτε να χρησιμοποιήσετε.

### Προκατασκευασμένα τμήματα

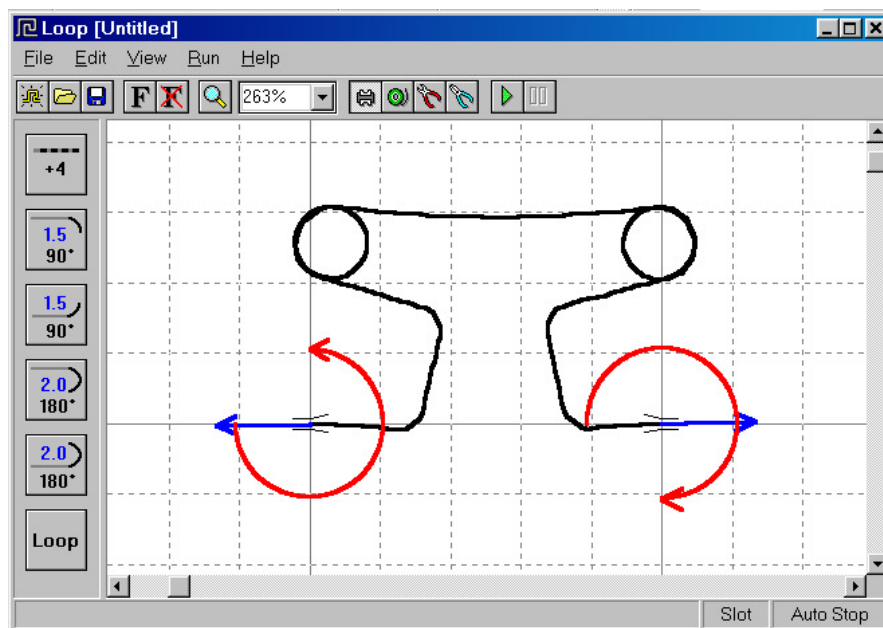
Επιλέξτε File | New Loop για να κατασκευάσετε μια νέα αγκύλη. Απαντήστε Όχι αν ερωτηθείτε αν θέλετε να αποθηκεύσετε την υπάρχουσα αγκύλη.

Θα κατασκευάσουμε μια αγκύλη 'T' με έλικες στα δύο άκρα.

Επιλέξτε τα παρακάτω πλήκτρα με τη σειρά που αναφέρονται:

	Δύο φορές
	Μία φορά
	Δύο φορές
	Μία φορά
	Τρεις φορές
	Τρεις φορές
	Εννέα φορές
	Τρεις φορές
	Τρεις φορές
	Μία φορά
	Δύο φορές
	Μία φορά
	Δύο φορές

Θα πρέπει να έχει σχηματιστεί μια αγκύλη 'T'. Τοποθετήστε το εγγύς άγκιστρο λίγα χιλιοστά δεξιά του άκρου της αγκύλης και ενεργοποιήστε την με την εντολή Run | Run:



### Εμφάνιση περιοχών τάσεων

Επιλέξτε Edit | Options. Στη σελίδα View βεβαιωθείτε ότι οι ρυθμίσεις Show Strain και Auto Range είναι επιλεγμένες. Πατήστε OK. Το σύρμα θα πρέπει να εμφανίζεται έγχρωμο. Οι κόκκινες περιοχές είναι περιοχές υψηλών τάσεων ενώ οι μπλε περιοχές είναι περιοχές χαμηλών τάσεων.

Περισσότερες λεπτομέρειες για τη λειτουργία του προγράμματος μπορείτε να βρείτε στο αρχείο βοήθειας (Help | Contents).

## **ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1. Beer FP, Johnston ER Jr. Mechanics of Materials. McGraw-Hill Book Co., New York, 1981.
2. Burstone CJ, Koenig HA. Force systems from an ideal arch. Am J Orthod 1974;65:270-289
3. Burstone CJ, Koenig HA. Optimizing anterior and canine retraction. Am J Orthod 1975;67:11-23
4. Burstone CJ. The segmented arch approach to space closure. Am J Orthod 1982;82:361-378
5. Choy K, Pae EK, Park Y, Kim KH, Burstone CJ. Effect of root and bone morphology on the stress distribution in the periodontal ligament. Am J Orthod Dentofacial Orthop 2000;117:98-105
6. DeFranco JC, Koenig HA, Burstone CJ. Three-dimensional large displacement analysis of orthodontic appliances. J Biomech 1976;9:793-801
7. Gjessing P. Biomechanical design and clinical evaluation of a new canine-retraction spring. Am J Orthod 1985;87:353-362
8. Halazonetis DJ. Computer experiments using a two-dimensional model of tooth support. Am J Orthod Dentofac Orthop 1996;109:598-606.
9. Halazonetis DJ. Design and test orthodontic loops using your computer. Am J Orthod Dentofac Orthop 1997;111:346-348.
10. Halazonetis DJ. Ideal-arch force systems -- a center-of-resistance perspective. Am J Orthod Dentofac Orthop 1998;114:256-64.
11. Halazonetis DJ. Understanding orthodontic loop preactivation. Am J Orthod Dentofac Orthop 1998;113:237-241.
12. Κατσαβριάς Η. Οι δυνάμεις που ασκούνται στα δόντια. Σύγχρονος Οδοντίατρος 1986;6:191-200.

13. Koenig HA, Burstone CJ. Analysis of generalized curved beams for orthodontic applications. *J Biomech* 1974;7:429-35
14. Koenig HA, Burstone CJ. Force systems from an ideal arch - large deflection considerations. *Angle Orthod* 1989;59:11-16
15. Koenig HA, Vanderby R, Solonche DJ, Burstone CJ. Force systems from orthodontic appliances: An analytical and experimental comparison. *J Biomech Eng* 1980;102:294-300
16. Kusy RP, Tulloch JFC. Analysis of moment/force ratios in the mechanics of tooth movement. *Am J Orthod Dentofacial Orthop* 1986;90:127-31
17. Marcotte MR. *Biomechanics in Orthodontics*. B.C. Decker Inc., Toronto, 1990
18. Σπυροπούλου MN. Βασικές Αρχές Ορθοδοντικής. Τόμος Δεύτερος: Προβλήματα στην περίοδο των μικτών φραγμών. Εκδόσεις Βήτα, Αθήνα 2000
19. Vanderby Jr. R, Burstone CJ, Solonche DJ, Ratches JA. Experimentally determined force systems from vertically activated orthodontic loops. *Angle Orthod* 1977;47:272-279
20. Vollmer D, Bourauel C, Maier K, Jäger A. Determination of the center of resistance in an upper human canine and idealized tooth model. *Eur J Orthod* 1999;21:633-648